المقدمة

مادة الرياضيات من المواد الدراسية الاساسية التي تساعد الطالب على أكتساب المهارات والكفايات التعليمية اللازمة له لتنمية قدراته على التفكير وحل المشكلات ويساعده على التعامل مع المواقف الحياتية المختلفة.

بنيت سلسلة كتب الرياضيات العراقية على محورية الطالب في عمليتي التعليم والتعلم وعدت المحور الرئيس في العملية التربوية على وفق المعايير العالمية.

بنيت سلسلة كتب الرياضيات العراقية للمرحلة المتوسطة في تنظيم الدروس على ست فقرات هي: تعلم، تأكد من فهمك، تدرب وحل التمرينات، تدرب وحل مسائل حياتية، فكر، أكتب.

كتاب الرياضيات للثاني المتوسط يشمل أربع محاور رئيسية:

محور الاعداد والعمليات، ومحور الجبر، ومحور الهندسة والقياس، ومحور الاحصاء والاحتمالات من ضمن الاوزان النسبية لكل محور.

وتضمن الكتاب جزأين: الجزء الاول وهو مخصص للفصل الدراسي الاول ويحتوي على أربعة فصول لكل فصل تمريناته، أما الجزء الثاني فهو مخصص للفصل الدراسي الثاني ويحتوي على ثلاث فصول ولكل فصل تمريناته.

وتتميز هذه الكتب بأنها تعرض المادة بأساليب حديثة، تتوفر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تساعد الطالب على التفاعل معها عن طريق ما تقدمه من تدريبات وتمرينات ومسائل حياتية فضلا عن ذلك وضعت تمرينات الفصول في نهاية الكتاب وهي تختلف عن التدريبات والتمرينات في الدروس وذلك لكونها موضوعية فالاجابة عنها تكون عن طريق أختيار من متعدد وهذا بدوره يهيئ الطالب للتوسع في مداركه في الرياضيات.

وان شاء الله نوفق في اعداد ملزمة تساعد الطالب في فهم المواد والمواضيع التي يبحثها الكتاب بأبسط صورة راجيا من طلبتي الاعزاء قراءة المواضيع بتمعن وأدراك وفهم لكل فقرة أتطرق بها في الشرح والحل والتوضيح.

الفصل الأول

الاعداد النسبية The Rational Numbers

الدرس الاول: ترتيب العمليات على الاعداد النسبية.

الدرس الثاني: القوى (الاسس) السالبة والصورة العلمية للعدد.

الدرس الثالث: خصائص القوى (الاسس).

الدرس الرابع: الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة)

الدرس الخامس: تبسيط الجمل العددية الكسرية.

الدرس السادس: خطة حل المسألة (تحديد معقولية الأجابة)

سبق وان تعرفت على الاعداد النسبية في الصف الاول المتوسط حيث ان مجموعة الاعداد النسبية والتي يرمز لها بالرمز Q والتي تحوي على جميع الاعداد التي تكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ (كسر) حيث a,b عددان صحيحان وان $b \neq 0$ (المقام) ونسمي a البسط و b المقام حيث تعد الاعداد العشرية والكسور الاعتيادية والاعداد الصحيحة أيضا اعداد نسبية حيث نجعل من العدد الصحيح كسرا بوضع مقاما له (1) مثل 5 يصبح $\frac{5}{1}$ و -7 يصبح $\frac{-7}{1}$ وهكذا...

الاختبار القبلي Pretest

ويعني التمهيد للدرس وهي مراجعة لما درست في الصف الاول المتوسط في الاعداد النسبية.

عبر عن الاعداد التالية بصيغة كسر اعتيادي

1. $9 = \frac{9}{1}$
2. $2.3 = \frac{23}{10}$
3. $0.29 = \frac{29}{100}$
4. $1.4 = \frac{14}{10}$
5. $6.1 = \frac{61}{10}$

(يعني اذا كان عدداً صحيحاً نضع له مقام فيصبح كسر اعتيادي اما اذا كان كسر عشري ترفع الفارزة وتلاحظ الجزء العشري اذا كان مرتبة واحدة تضع في المقام 10 واذا كان مرتبتين نضع في المقام 100 وهكذا فيتحول العدد الى كسر اعتيادي).

قارن بين الاعداد النسبية مستعملا الرموز

$(=, >, <)$

الرمز $>$ أصغر من والرمز $<$ أكبر من

والرمز $=$ يساوي. (القراءة من اليسار الى اليمين)

6. $\frac{11}{25} < \frac{6}{10}$

نوحد المقامات ونقارن بين البسوط

المضاعف المشترك الاكبر م.م.أ بين المقامات 50

يقسم على المقام $\frac{22}{50} < \frac{30}{50}$ ويضرب في البسط

ونقارن بين البسوط لكل كسر.

7. $\frac{5}{6} > \frac{8}{15} \rightarrow \frac{25}{30} > \frac{16}{30}$ (5) (2)

8. $\frac{7}{16} > \frac{25}{64} \rightarrow \frac{28}{64} > \frac{25}{64}$

رتب الاعداد النسبية التالية الاصغر الى الاكبر:

(الترتيب يكون من اليسار الى اليمين)

9. $\frac{4}{5}, \frac{3}{12}, \frac{15}{25}$ نوحد المقام م.م. أ $= 300$

ونقارن بين البسوط فيكون الترتيب وكما يلي

$\frac{240}{300}, \frac{75}{300}, \frac{180}{300}$

الترتيب $\frac{3}{12}, \frac{15}{25}, \frac{4}{5}$

10. $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{21}$

$\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{21}_{7}} \rightarrow \frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7}$ م.م.أ $= 56$

اذا أمكن اختصر الكسور اذا كان ذلك ممكنا

$\frac{21}{56}, \frac{40}{56}, \frac{8}{56} \rightarrow$ الترتيب $\frac{3}{21}, \frac{3}{8}, \frac{5}{7}$

رتب الاعداد النسبية التالية من الاكبر الى الاصغر:

نفس الطريقة نختصر الكسور أولاً ثم نوحد المقامات

11. $\frac{12}{27}, \frac{6}{9}, \frac{10}{18}$

$\frac{4}{9}, \frac{6}{9}, \frac{5}{9} \rightarrow$ الترتيب $\frac{6}{9}, \frac{5}{9}, \frac{4}{9}$

فالترتيب من الاكبر الى الاصغر

(الاتجاه من اليمين الى اليسار) وبالمقارنة:

الترتيب $\frac{6}{9}, \frac{10}{18}, \frac{12}{27}$

12. $\frac{8}{14}, \frac{19}{25}, \frac{4}{28}$

$\frac{4}{7}, \frac{2}{5}, \frac{1}{7} \rightarrow \frac{20}{35}, \frac{14}{35}, \frac{5}{35}$

بعد الاختصار

فيكون الترتيب كما يلي:

من الاكبر الى الاصغر $\frac{8}{14}, \frac{10}{25}, \frac{4}{28}$

جد ناتج ما يأتي:

13. $\frac{3}{5} \div \frac{1}{6}$

$= \frac{3}{5} \times \frac{6}{1} = \frac{3\times6}{5\times1} = \frac{18}{5}$

تقلب اشارة القسمة الى ضرب وتختصر البسوط مع المقامات ان وجدت ثم نضرب البسط × البسط على المقام × المقام

14 $(-3.6) + (-2.2)$

$= -(3.6 + 2.2) = -5.8$

اذا كانت نفس الاشارة للعددين فعند عملية الجمع نكتب نفس الاشارة ونجمع الرقمين.

15 $(7.1) + (-5.9)$

$= +(7.1 - 5.9) = +1.2$

اذا كانت الاشارتان مختلفتان نكتب اشارة العدد الاكبر ونطرح الرقمين.

16 $\frac{5}{9} - \frac{3}{8}$ نوحد المقامات

$= \frac{40}{72} - \frac{27}{72}$ ونجري عملية

$= \frac{40-27}{72} = \frac{13}{72}$ الطرح للبسوط

17 $(4.1) \times (-2) = -8.2$

نضرب الاشارات اولا ثم الاعداد

18 $\frac{3}{19} \times \frac{6}{10} = \frac{3 \times 6}{19 \times 10} = \frac{18}{190}$

جد النسبة المئوية التقديرية لكل مما يأتي:

19 $\frac{1}{9} \approx \frac{1}{10}$

$= \frac{1 \times 10}{10 \times 10} = \frac{10}{100} = 10\%$

نقرب المقام الى أقرب عدد يمكن ان نضربه في عدد معين آخر لنحصل على 100 وذلك بضرب البسط والمقام في نفس العدد لنحصل على مقام 100 ونجد النسبة المئوية.

20 $\frac{8}{26} \approx \frac{8}{25}$

$= \frac{8 \times 4}{25 \times 4} = \frac{32}{100} = 32\%$

21 $\frac{11}{74} \approx \frac{11}{75}$

$= \frac{11 \times 4}{75 \times 4} = \frac{44}{300} \approx \frac{15}{100} = 15\%$

(هذه حالة خاصة نضرب المقام في عدد نحصل مقام 100 او مضاعفات 100 ونقسم البسط والمقام على عدد لنحصل على 100 في المثال السابق على 3)

22 $\frac{5}{47} \approx \frac{5}{50}$

$= \frac{5 \times 2}{50 \times 2} = \frac{10}{100} = 10\%$

23 **اكمل الجدول التالي مبينا نوع التناسب:**

(تناسب عكسي لان $(A \times B = C)$)

A	1	2	4	5	8	10
B	1000	500	250	200	125	100
C	1000	1000	1000	1000	1000	1000

قدر الجذور الاتية:

24 $\sqrt{50}$

$\sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{64}$

$7 < \sqrt{50} < 8$

وبما ان 50 أقرب الى 49 فأن الجذر التربيعي يساوي تقريبا 7.1, 7.2, 7.3

25 $\sqrt{13}$

$\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$

$3 < \sqrt{13} < 4$

وان العدد 13 أقرب الى العدد 16

فأن الجذر التربيعي تقريبا 3.5, 3.6, 3.7

26 $\sqrt[3]{145}$

$\sqrt[3]{125} < \sqrt[3]{145} < \sqrt[3]{216}$

$5 < \sqrt[3]{145} < 6$

وبما ان 145 أقرب الى 125 فأن الجذر التكعيبي يساوي تقريبا 5.1, 5.2, 5.3

27 $\sqrt[3]{33}$

$\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{33} < \sqrt[3]{64}$

$3 < \sqrt[3]{33} < 4$

وبما ان 33 أقرب الى 27 فأن الجذر التكعيبي يساوي تقريبا 3.1, 3.2, 3.3

الدرس الاول /

ترتيب العمليات على الاعداد النسبية

فكرة الدرس :

* استعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتبسيط جملة عددية.
* المفردات التي نستعملها : ترتيب العمليات جملة عددية.

تعلم :

لنأخذ هذا المثال ونشرح عليه فكرة الدرس

يتدرب أوس وأيمن على رياضة التنس اذ يتدرب أوس يومين في الاسبوع بواقع $\frac{5}{6}$ الساعة في اليوم الاول و $\frac{3}{4}$ الساعة في اليوم الثاني، ويتدرب أيمن يوما واحدا في الاسبوع بواقع $\frac{2}{3}$ الساعة كم تزيد المدة التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلال الاسبوع ؟

1 – 1 تبسيط جملة عددية :

* تبسيط جملة عددية تحتوي على جمع وطرح أو ضرب وقسمة اعداد نسبية

عزيزي الطالب// تعلمت سابقا كيفية أيجاد ناتج جمع أو طرح اعداد نسبية وكذلك ضرب او قسمة عددين نسبيين والان سنتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على (جمع وطرح) او عمليتي (ضرب وقسمة) لاعداد نسبية .

ففي المثال اعلاه أوس وأيمن يمارسان رياضة التنس حيث ان أوس يتدرب يومين في الاسبوع نجمع مدة تدريبه في اليومين وأيمن يوم واحد في الاسبوع ويذكر في المثال مدة تدريبه في ذلك اليوم. اما المطلوب في المثال هو كم تزيد مدة تدريب أوس عن أيمن في التدريب خلال الاسبوع ؟

مثال (1) كم تزيد المدة التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلال الاسبوع؟

اكتب الجملة العددية التي تمثل المسألة

نجري عملية الجمع أولا بتوحيد المقامات

$$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{5\times2+3\times3}{12}-\frac{2}{3}$$

ثم نجري عملية الطرح ثانيا $=\frac{19}{12}-\frac{2}{3}$

ايضا بتوحيد المقامات والناتج

$$=\frac{19\times1-2\times4}{12}=\frac{11}{12}$$

يمثل ان أوس يتدرب مدة $\frac{11}{12}$ الساعة في الاسبوع على ما يتدرب أيمن.

مثال (2) استعمل جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{1}{3}-\frac{8}{9}+\frac{12}{6}$

$$=\frac{1\times6-8\times2+12\times3}{18}=\frac{26}{18}=\frac{13}{9}$$

لاحظ في هذا المثال وحدنا المقامات لجميع الكسور واجرينا عملية الجمع والطرح للبسط الناتج

ii) $2\frac{2}{7}+1\frac{1}{5}-\frac{6}{35}$ ركبنا الاعداد الكسرية

$$=\frac{16}{7}+\frac{6}{5}-\frac{6}{35}$$

$$=\frac{80+42}{35}-\frac{6}{35}$$

$$=\frac{22-6}{35}=\frac{116}{35}$$

iii) $\underbrace{7.34-3.08}_{4.26}+1.9$

$=4.26+1.9$ اجرينا الطرح أولا

$=6.16$ ثم الجمع

iv) $3.16+0.092-0.07-5.005$

لاحظ هنا جمعنا الاعداد الموجبة

$=3.252-5.075$ ثم جمعنا الاعداد السالبة

$=-1.823$ وطرحنا الناتج الثاني من الاول

v) $(0.07-0.006)+0.503-0.08$

$=0.064+0.503-0.08$

$=0.567-0.08=0.487$

لاحظ عزيزي الطالب / هنا طرح العدد الثاني من الاول والناتج جمع مع العدد الثالث وطرح من الناتج العدد الرابع او تستطيع ان تجد ناتج العدد الاول والثاني كذلك ناتج الثالث والرابع (عملية تجميع) وتجد ناتج الجمع.

مثال(3) استعمل ضرب وقسمة الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $-3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \div 3\frac{7}{2}$

$= \frac{-7}{2} \times \frac{5}{3} \div \frac{13}{2}$ ركبنا الاعداد الكسرية

$= \frac{-35}{6} \div \frac{13}{2}$ اجرينا عملية الضرب

$= \frac{-35}{6} \times \frac{2}{13}$ ثم القسمة

$= \frac{-35}{39}$ الناتج

ii) $\frac{48}{9} \div \frac{-12}{3} \times \frac{-8}{13}$

$= \frac{48}{9} \times \frac{3}{-12} \times \frac{-8}{13}$

$= \frac{4}{-3} \times \frac{-8}{13} = \frac{32}{39}$

iii) $4.5 \times 3.65 \div (-1.125)$

$= 16.425 \div (-1.125)$

$= -14.6$ اجرينا عملية الضرب أولاً ثم القسمة مع مراعاة الاشارة

iv) $7.29 \div 0.9 \times (-0.03)$

$= 8.1 \times (-0.03)$ اجرينا عملية القسمة أولاً

$= -0.243$ ثم عملية الضرب مع مراعاة

2 – 1 استعمال ترتيب العمليات :

❖ استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد نسبية:

تعرفت سابقاً الى أستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الصحيحة لتبسيط جمل عددية والان سوف تتعرف الى استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية تحتوي على اعداد نسبية وبأتباع الخطوات الاتية :

(1) نضع العمليات التي لها أولوية بين الاقواس أي (خاصية التجميع).

(2) أبدأ بالعمليات بين الاقواس.

(3) اضرب وقسم من اليسار الى اليمين (اي نضرب ونقسم من جهة اليسار مباشرة).

(4) أجمع واطرح من اليسار الى اليمين (حسب السؤال) والامثلة التالية توضح ذلك

مثال (4) استعمل ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3} + \frac{2}{3} \times \frac{8}{21}$

$= \left(\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3}\right) + \left(\frac{3}{2} \times \frac{8}{21}\right)$

$= \frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{35+12}{21} = \frac{47}{21}$

تجميع ثم اختصار وضرب ثم جمع بتوحيد المقامات.

ii) $\frac{7}{21} \div \frac{21}{-4} - \frac{9}{11} \div \frac{-27}{44}$

$= \left(\frac{7}{12} \times \frac{-4}{21}\right) - \left(\frac{9}{11} \times \frac{44}{-27}\right)$

$= \frac{-1}{9} - \left(\frac{4}{-3}\right) = \frac{-1}{9} + \frac{4}{3}$

$= \frac{-1+12}{9} = \frac{11}{9}$

تجميع ثم قلب القسمة الى ضرب وأختصار ثم تبسيط الاقواس واجراء عملية الطرح

iii) $\frac{4}{5} \div \frac{8}{15} \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14}$

$= \left(\frac{4}{5} \div \frac{8}{15}\right) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14}$

$= \left(\frac{4}{5} \times \frac{15}{8}\right) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14}$

$= \left(\frac{3}{2}\right) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14}$

$= \frac{-3}{7} + \frac{5}{14} = \frac{-6+5}{14} = \frac{-1}{14}$ الناتج

(تجميع القسمة وايجاد الناتج ثم اجراء عملية الضرب وبعدها تجري عملية الجمع)

iv) $\frac{12}{7} - \frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{5}{14}$

$= \frac{12}{7} - \left(\frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15}\right)$

$= \frac{12}{7} - \left(\frac{2}{-3} \div \frac{4}{15}\right)$

$= \frac{12}{7} - \left(\frac{2}{-3} \times \frac{15}{4}\right)$

$= \frac{12}{7} + \frac{5}{2} = \frac{24 + 35}{14} = \frac{59}{14}$

v) $4.01 \times 1.2 + 11.5 \times 0.6$

$= (4.01 \times 1.2) + (11.5 \times 0.6)$

$= 4.812 + 6.9 = 11.712$

vi) $6.4 \div 0.8 - 12.5 \div 0.5$

$= (6.4 \div 0.8) - (12.5 \div 0.5)$

$= 8 - 25 = -17$

في المثالين السابقين حصرنا الضرب في الاولى والقسمة في الثاني بين قوسين وجمعنا الناتج الاول مع الثاني

vii) $0.09 \times 16 + 5.4 \div 0.6$

$= (0.09 \times 16) + (5.4 \div 0.6)$

$= 1.44 + 9 = 10.44$

في هذا المثال الذي يحوي العمليات الضرب والجمع والقسمة بين قوسين واوجدنا ناتج كل منهما ثم أجرينا عملية الجمع.

تأكد من فهمك:

إستعمل جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة :

الاسئلة 1-6 مشابهة للمثال 2

1 $\frac{1}{5} - \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \ldots\ldots\ldots$

نوحد المقامات والمضاعف 35

$= \frac{7-10+21}{35}$

$= \frac{-3 + 21}{35} = \frac{18}{35}$ ابسط صورة

2 $4\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} - \frac{8}{15} = \ldots\ldots\ldots$

نركب الاعداد الكسرية ثم نوحد

$= \frac{13}{3} + \frac{17}{5} - \frac{8}{15}$

والمضاعف بين المقامات هو 15

$= \frac{65 + 51 - 8}{15}$

$= \frac{116 - 8}{15} = \frac{108}{15} = \frac{36}{5}$

3 $\frac{2}{9} - 1\frac{1}{8} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = \ldots\ldots\ldots$

تجمع كل كسرين مع بعض بين قوسين ثم نركب الاعداد الكسرية ونوحد المقامات وجمع الناتجين

$= \left(\frac{2}{9} - \frac{9}{8}\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{4}\right)$

$= \left(\frac{16 - 81}{72}\right) + \left(\frac{16 - 15}{12}\right)$

$= \left(\frac{-65}{72}\right)\left(\frac{-65}{72}\right) + \frac{1}{12}$

$= \frac{-65 + 6}{72} = \frac{-59}{72}$

4 $\frac{6}{5} + \frac{9}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15} = \ldots\ldots\ldots$

نستخدم خطوة رقم (4) من خطوات الحل

$= \left(\frac{6}{5} + \frac{9}{2}\right) - \frac{3}{8} + \frac{7}{15}$

$= \frac{12 + 45}{10} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15}$

$= \frac{57}{10} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15}$

$= \frac{228 - 15}{40} + \frac{7}{15}$

$= \frac{213}{40} + \frac{7}{15} = \frac{639 + 56}{120} = \frac{695}{120}$

5 $9.14 - 6.07 + 2.5 = \ldots\ldots\ldots$

كذلك استخدام الخطوة الرابعة

$= (9.14 - 6.07) + 2.5$

$= 3.07 + 2.5 = 5.57$

6 $1.12 + 0.82 - 0.02 + 4.002 = ...$

$= (1.12 + 0.82) - 0.02 + 4.002$

$= (1.94 - 0.02) + 4.002$

$= 1.92 + 4.002 = 5.922$

استعمل ضرب وقسمة الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط الصورة:

الاسئلة 10-7 مشابهة للمثال 3

7 $1\frac{1}{3} \times \left(-2\frac{5}{6}\right) \div 2\frac{4}{9} = ...$

$= \frac{4}{3} \times \left(-\frac{17}{6}\right) \div \frac{22}{9}$

تركيب الاعداد الكسرية

$= \left(\frac{4}{3} \times \frac{-17}{6}\right) \times \frac{9}{22}$ تجميع الضرب

$= \frac{-34}{9} \times \frac{9}{22} = \frac{-17}{11}$ ابسط صورة

8 $\frac{54}{7} \div \frac{-9}{14} \times \frac{-5}{24} = ...$

حصر القسمة بين قوسين ونجد الناتج

$= \left(\frac{54}{7} \div \frac{-9}{14}\right) \times \frac{-5}{24}$

$= \left(\frac{54}{7} \times \frac{14}{-9}\right) \times \frac{-5}{24}$

$= \frac{-3}{1} \times \frac{-5}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ أبسط صورة

9 $6.1 \times 3.25 \div (-0.25) = ...$

نحصر الضرب بين قوسين ونجد الناتج

$= (6.1 \times 3.25) \div (-0.25)$

$= 19.825 \div (-0.25) = -79.3$ الناتج

10 $0.81 \div 0.9 \times (-0.05) = ...$

$= (0.81 \div 0.9) \times (-0.25)$

$= 0.9 \times (-0.25) = -0.045$ الناتج

أستعمل ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

الاسئلة 16-11 مشابهة للمثال 4

11 $\frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6} + \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} = ...$

نحصر الضرب بين قوسين ونبسط داخل الاقواس

$= \left(\frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{12}{5}\right)$ ثم نجري عملية الجمع

$= \left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)$ بتوحيد المقامات كما سبق

$= 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$ مع مراعاة الاشارات في الضرب

12 $\frac{8}{13} \div \frac{-16}{39} - \frac{7}{15} \div \frac{-21}{10} = ...$

$= \left(\frac{8}{13} \div \frac{-16}{39}\right) - \left(\frac{7}{15} \div \frac{-21}{10}\right)$

$= \left(\frac{8}{13} \times \frac{39}{-16}\right) - \left(\frac{7}{15} \times \frac{10}{-21}\right)$

$= \left(\frac{-3}{2}\right) - \left(\frac{-2}{9}\right) = \frac{-3}{2} + \frac{2}{9}$

$= \frac{-27 + 4}{18} = \frac{-23}{18}$

13 $\frac{2}{9} \div \frac{4}{27} \times \frac{1}{-14} + \frac{7}{16} = ...$

$= \left(\frac{2}{9} \div \frac{4}{27}\right) \times \left(\frac{1}{-4}\right) + \frac{7}{16}$

$= \left(\frac{2}{9} \times \frac{27}{4}\right) \times \left(\frac{1}{-4}\right) + \frac{7}{16}$

$= \left(\frac{3}{2}\right) \times \left(\frac{1}{-4}\right) + \frac{7}{16}$

$= -\frac{3}{8} + \frac{7}{16} = \frac{-6 + 7}{16} = \frac{1}{16}$

14 $\frac{12}{7} - \frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5} \div \frac{8}{15} = ...$

نحصر الضرب بين قوسين

$= \frac{12}{7} - \left(\frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5}\right) \times \frac{15}{8}$

$= \frac{12}{7} - \frac{4}{5} \times \frac{15}{8}$

$= \frac{12}{7} - \frac{3}{2} = \frac{24 - 21}{14} = \frac{3}{14}$

15 $9.02 \times 1.4 - 8.03 \times 0.7 = ...$

نحصر الضرب بين قوسين

$= (9.02 \times 1.4) - (8.03 \times 0.7)$

$= 15.334 - 5.62$ نبسط الاقواس ونطرح

$= 9.714$

16 $4.9 \div 0.7 + 4.8 \div 0.12 = ...$

نفس الترتيب بحصر القسمة بين قوسين

$= (4.9 \div 0.7) + (4.8 \div 0.12)$

$= 7 + 40 = 47$ الناتج

تدرب وحل التمرينات

أستعمل جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

17 $\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = ...$

نوحد المقامات بايجاد المضاعف المشترك (12)

$= \frac{2-9+8}{12} = \frac{1}{12}$

18 $1\frac{1}{4} + 4\frac{3}{2} - \frac{9}{8} = ...$

نركب الاعداد الكسرية ونحصر الجمع بين قوسين والناتج يطرح منه العدد الثالث

$= \left(\frac{5}{4} + \frac{11}{2}\right) - \frac{9}{8}$

$= \frac{5+22}{4} - \frac{9}{8} = \frac{27}{4} - \frac{9}{8}$

$= \frac{54-9}{8} = \frac{45}{8}$ الناتج

19 $\frac{3}{7} - 1\frac{2}{7} + \frac{5}{3} - \frac{9}{14} = ...$

$= \left(\frac{3}{7} - \frac{9}{7}\right) + \left(\frac{5}{3} - \frac{9}{14}\right)$

$= \frac{3-9}{7} + \frac{70-27}{42} = \frac{-6}{7} + \frac{43}{42}$

$= \frac{-36+43}{42} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$ الناتج

20 $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{6}{15} + \frac{4}{5} = ...$

نستخدم قاعدة ترتيب العمليات الجمع ثم الطرح

$=\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{10}\right) - \frac{6}{15} + \frac{4}{5}$ وتبسط الناتج

$= \frac{2+3}{10} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

$= \frac{1}{5} - \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{1-2+4}{5} = \frac{3}{5}$ الناتج

21 $2.04 - 8.09 + 3.05 .....$

$= (2.04 - 8.09) + 3.05$

$= -6.05 + 3.05 = -3$

22 $4.22 + 0.33 - 0.03 + 5.003 = ...$

$= (4.22 + 0.33) - 0.03 + 5.003$

$= 4.55 - 0.03 + 5.003$

$= 4.52 + 5.003 = 9.523$

أستعمل ضرب وقسمة الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

23 $2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2} \div \left(-5\frac{3}{2}\right) = ...$

نحصر الضرب بين قوسين ونركب الاعداد الكسرية ونجري العمليات بالترتيب لايجاد

$=\left(2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2}\right) \div \left(-5\frac{3}{2}\right)$

$=\left(\frac{13}{6} \times \frac{9}{2}\right) \div \left(\frac{-13}{2}\right)$

$= \frac{39}{4} \times \frac{2}{-13} = \frac{-3}{2}$

24 $\frac{5}{12} \div \frac{-25}{4} \times \frac{10}{3} = ...$

$= \left(\frac{5}{12} \div \frac{-25}{4}\right) \times \frac{10}{3}$

$= \left(\frac{5}{12} \times \frac{4}{-25}\right) \times \frac{10}{3}$

$= \frac{-1}{15} \times \frac{10}{3} = \frac{-2}{9}$

25 $0.01 \times 6.4 \div (-0.04) = ...$

$= (0.01 \times 6.4) \div (-0.04)$

$= 0.064 \div (-0.04)$

$= -1.6$ الناتج

26 $0.35 \div 0.07 \times (-1.006) = ...$

$= (0.35 \div 0.07) \times (-1.006)$

$= 5 \times (-1.006) = -5.03$

أستعمل ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

27 $\frac{5}{-3} \times \frac{24}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{-15}{6} = ...$

$= \left(\frac{5}{-3} \times \frac{24}{45}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{-15}{6}\right)$

$= \left(\frac{-8}{9}\right) + \left(\frac{-5}{6}\right)$

$= \frac{-16 - 15}{18} = \frac{31}{18}$ الناتج

28 $\frac{-2}{19} \div \frac{-8}{38} - \frac{11}{6} \div \frac{-22}{8} = ...$

$= \left(\frac{-2}{19} \div \frac{-8}{38}\right) - \left(\frac{11}{6} \div \frac{-22}{8}\right)$

$= \left(\frac{-2}{19} \times \frac{38}{8}\right) - \left(\frac{11}{6} \times \frac{8}{-22}\right)$

$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3 + 4}{6} = \frac{7}{6}$

29 $\frac{1}{7} \div \frac{5}{42} \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12} = ...$

$= \left(\frac{1}{7} \div \frac{5}{42}\right) \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12}$

$= \left(\frac{1}{7} \times \frac{42}{5}\right) \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12}$

$= \left(\frac{6}{5} \times \frac{1}{-5}\right) - \frac{1}{12}$

$= \frac{-6}{25} - \frac{1}{12} = \frac{-72 - 25}{300} = \frac{-97}{300}$

30 $\frac{5}{14} - \frac{3}{4} \times \frac{36}{-15} \div \frac{3}{10} = ...$

$= \frac{5}{14} - \left(\frac{3}{4} \times \frac{36}{-15}\right) \div \frac{3}{10} =$

$= \frac{5}{14} + \left(\frac{9}{5} \times \frac{10}{3}\right)$

$= \frac{5}{14} + \frac{6}{1} = \frac{5 + 84}{14} = \frac{89}{14}$

31 $-4.09 \times 3.2 - 5.03 \times 0.8 = ...$

$= (-4.09 \times 3.2) - (5.03 \times 0.8)$

$= -13.088 - 4.024 = -17.112$

32 $-7.2 \div 0.9 + 0.42 \div 0.007 = ...$

$= (-7.2 \div 0.9) + (0.42 \div 0.007)$

$= -8 + 60 = 52$ الناتج

تدرب وحل مسائل حياتية :

33 كرة قدم: بطولة كأس العالم لكرة القدم هي أهم مسابقة كرة قدم دولية يقيمها الاتحاد الدولي لكرة القدم (الفيفا). اقيمت البطولة الاولى لاول مرة عام *1930* م ، وتقام كل *4* سنوات حتى الآن أقيمت البطولة *20* مرة وفاز المنتخب البرازيلي بالكأس *5* مرات والمنتخب الايطالي فاز *4* مرات ما الفرق بين نسبتي فوز الفريقين الى العدد الكلي لتنظيم البطولة ؟

مجموع نسبتي فوز الفريقين $\frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{5 + 4}{20} = \frac{9}{20}$

$\frac{20}{20} - \frac{9}{20} = \frac{20 - 9}{20} = \frac{11}{20}$

الفرق بين نسبتي فوز الفريقين الى العدد الكلي

أو مباشرة يمكن الحل بعملية واحدة

$\frac{20}{20} - \frac{5}{20} - \frac{4}{20} = \frac{20 - 5 - 4}{20} = \frac{11}{20}$

34 رياضة الجري: قطع العداء الذي فاز بالمرتبة الاولى في سباق الجري *2000* m الدورة الواحدة (*400* m) بمدة (*44.2* sec) وقطع العداء الذي فاز بالمرتبة الثانية الدورة الواحدة بمدة (*46.5* sec) . فما الفرق بين الوقت الكلي لقطع مسافة السباق للعدائين ؟

مسافة السباق دورات $2000 \div 400 = 5$

$46.5 \times 5 - 44.2 \times 5 = (46.5 \times 5) - (44.2 \times 5)$

$= 232.5 - 221$

$= 11.5$ sec

الفرق بين الوقت الكلي للعدائين

35 طقس: كانت درجة الحرارة في منطقة القطب الشمالي **48-** درجة سيليزية وبدأت درجة الحرارة بالارتفاع التدريجي حتى الساعة **4** بعد الظهر بمعدل **0.5** درجة سيليزية بالساعة ثم عاودت بالانخفاض بمعدل **15** درجة سيليزية بالساعة كم أصبحت درجة الحرارة عند الساعة **6** عصراً؟

درجة الحرارة **48-** درجة سيليزية عند الساعة **12** (تضاف على السؤال)

من الساعة **4** الى الساعة **6** = **2** ساعة

$-48 + (4 \times 0.5) - (2 \times 1.5)$

$= -48 + 2 - 3 = -49$ درجة سيليزية

أصبحت درجة الحرارة عند الساعة **6** عصراً

فكر

36 تحد: أستعمل ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{1}{3}\left(\frac{-6}{5} + 2\frac{1}{10}\right) \times \frac{4}{5} \div 2\frac{8}{9} = \ldots\ldots$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{-6}{3} + \frac{21}{10}\right) \times \frac{4}{5} \div \frac{18}{5}$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{-12+21}{10}\right) \times \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{18}\right)$

$= \frac{1}{3} \times \frac{9}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$

ii) $\frac{1}{2}\left(\frac{8}{9} - 3\frac{1}{3}\right) \div 3\frac{2}{3} \div \frac{-15}{7} = \ldots$

نبسط الاقواس ونجد الناتج
ثم نقلب القسمة الى ضرب ونختصر

$= \frac{1}{2}\left(\frac{8}{9} - 3\frac{1}{3}\right) \div \frac{11}{3} \div \frac{-15}{7}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{8-30}{9}\right) \times \frac{3}{11} \times \frac{7}{-15}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{-22}{9} \times \frac{3}{11} \times \frac{7}{-15} = \frac{7}{45}$

37 أصحح الخطأ:

بسط جمال الجملة العددية وكتبها بأبسط صورة:

$\frac{7}{3} \div \frac{9}{28} \times \frac{1}{-2} \div \frac{4}{-9} = 6$ حدد خطأ جمال وصححه

الطرف الايسر = $\left(\frac{3}{7} \times \frac{28}{9}\right) \times \left(\frac{1}{-2} \times \frac{-9}{4}\right)$

الصحيح $= \frac{4}{3} \times \frac{9}{8} = \frac{3}{2}$

∴ الجواب ليس 6 وانما $\frac{3}{2}$

38 حس عددي: ما العدد الذي يجب كتابته في المربع لتكون الجملة العددية التالية صحيحة

i) $\left(\frac{1}{-2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{\square}\right) = 0$

نضيف النظير الجمعي للعد $-\frac{1}{4}$ وهو $+\frac{1}{4}$ للطرفين

$-\frac{1}{4} + \frac{3}{2\square} = 0$

$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{2\square} = 0 + \frac{1}{4}$

$\frac{3}{2\square} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3}{2\square} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$

$\frac{3}{2\square} = \frac{3}{2 \times 6}$ لان $3 \times 4 = 2 \times 6$

∴ نضع في الفراغ (6).

ii) $\left(\frac{1}{5} \div \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{3} \div \frac{\square}{3}\right) = 0$

نحصر القسمة بين قوسين ونجد ناتج القوس الاول

$\left(\frac{1}{5} \times \frac{5}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{\square}\right) = 0$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{\square} = 0$ نضيف $-\frac{1}{2}$ للطرفين

∴ نضع داخل الفراغ العدد 2

$\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{\square} = 0 - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{\square} = -\frac{1}{2}$

ملاحظة:
عزيزي الطالب ممكن هناك حلول أخرى بطرق مختلفة.

أكتب /

المقدار بأبسط صورة بأستعمال ترتيب العمليات

$-1.03 \times 4.2 - 7.07 + 0.6 \times 2.5 = ...$

نحصر الضرب بين قوسين

$= (-1.03 \times 4.2) - 7.07 + (0.6 \times 2.5)$
$= (-4.326 - 7.07) + 1.5$
$= -11.396 + 1.5$
$= -9.896$ الناتج

الدرس الثاني

القوى (الأسس) السالبة الصورة العلمية للعدد

فكرة الدرس :

- كيفية حساب مقادير تتضمن أسساً سالبة، والتعبير عن عدد بالصورة العلمية.
- المفردات التي نستعملها : الأسس (القوة) والصورة العلمية والصورة الرقمية للعدد.

تعلم :

لناخذ هذا المثال التالي وبعد توضيح فكرة الدرس سوف نطبق على المثال:
الباندا العملاقة أو الدب الصيني حيوان ضخم من عائلة الدب موطنه الاصلي في الصين، تشتهر بلونها الاسود والابيض وفروها السميك الذي يحميها من البرد ويأكل الباندا ما يعادل 10^{-1} من وزنه يومياً. ما عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا الذي يزن $110Kg$ ؟

2 – 1 القوى السالبة للعدد:

تعلمنا سابقاً كيفية كتابة العدد بالقوى (الاسس) الموجبة

مثلا/ $10^3 = 1000, 10^2 = 100, 10^1 = 10$ - - - -

وبالاسلوب نفسه سوف نتعرف الى كتابة العدد بالقوى (الاسس) السالبة

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

مع ملاحظة/ $10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$

أي عدد (عدا الصفر) للأس (0) يساوي (1)
والعدد (1) لاي أس موجب او سالب يساوي (1)

(يعني اذا كان الاس موجبا في المقام ويرفع العدد الى البسط يصبح الأس سالبا وبالعكس اذا كان الأس السالب لاي عدد في البسط ونكتب العدد في المقام يتحول الاس السالب لاي عدد في البسط ونكتب العدد في المقام يتحول الاس السالب الى أس موجب)

عندما يكون أس العدد صفرا

فالناتج =1 دائما. $8^0 = 1$

مهما يكن أس العدد (1) فالناتج =1 دائما.

$1^5 = 1 , 1^{-3} = 1$

الاس الزوجي لاي عدد سالب

تحذف اشارة السالب (-) وتحول الى (+)

الاس الفردي لاي عدد سالب $(-1)^2 = 1$

تبقى اشارة السالب لا تحذف $(-2)^3 = -8$

$(-3)^3 = -27$

$(-1)^{-3} = \frac{1}{(-1)^3} = \frac{1}{-1} = -1$

الان نعود للمثال (1)

جد عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا يومياً

$10^{-1} = \frac{1}{10}$ حولنا الاس السالب الى موجب

$110 \times \frac{1}{10} = 11$ kg يأكل يوميا

مثال (2) احسب الاس السالبة لكل مما يأتي
(ركز على الحل عزيز الطالب)
وحسب التوضيح السابق

i) $3^{-3} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

ii) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

iii) $3^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

iv) $(-2)^{-3}$

$= \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-2} \times \frac{1}{-2} \times \frac{1}{-2} = \frac{1}{-8}$

v) $-2^{-2} = \frac{1}{-2^2} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

vi) $\frac{1}{2} + 2^{-3} - (-2)^{-4}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

$= \frac{8+2-1}{16} = \frac{9}{16}$

vii) $4^{-3} - (-6)^0 - 8^{-2}$

$= \frac{1}{4^3} - 1 - \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64} - 1 - \frac{1}{64} = -1$

كل عدد أسه صفرا =1 والاس السالب عند كتابته في المقام يتحول الى أس موجب.

الصورة العلمية للعدد

Scientific Notation of Number

تعلمنا سابقاً كيفية كتابة الاعداد الكبيرة بالصورة العلمية كعدد صحيح مضروب في احدى القوى الموجبة للعشرة مثل $1400000 = 14 \times 10^5$ والآن سوف نستعمل الصورة العلمية للعدد لكتابة الاعداد التي قيمها المطلقة كبيرة جدا أو صغيرة جدا ولكتابة الاعداد العشرية من الصور العلمية للصورة الرقمية نلاحظ التالي :

(1) اذا ضرب العدد في احدى القوى الموجبة للعدد 10 فأن الفارزة العشرية تتحرك الى اليمين

مثلا $5.3 \times 10^3 = 5300$

(2) اذا ضرب العدد في احدى القوى السالبة للعدد 10 فأن الفارزة العشرية تتحرك الى اليسار

مثلا $5.31 \times 10^{-2} = 0.0531$

(3) عدد المراتب التي تتحرك بها الفارزة العشرية هي القيمة المطلقة للاس.

مثال (3) اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

i) $7.3 \times 10^3 = 7300$

الفارزة العشرية تتحرك ثلاث مراتب الى اليمين

ii) $2.64 \times 10^5 = 264000$

الفارزة العشرية تتحرك خمسة مراتب الى اليمين

iii) $9.17 \times 10^{-2} = 0.0917$

الفارزة العشرية تتحرك مرتبتين الى اليسار

vi) $52.6 \times 10^{-4} = 0.00526$

الفارزة العشرية تتحرك اربعة مراتب الى اليسار

لتحويل الاعداد العشرية من الصورة الرقمية الى الصورة العلمية نلاحظ الآتي:

(1) حرك الفارزة العشرية ليكون موقعها على يمين اول مرتبة غير صفرية من اليسار.

(2) عد المراتب التي حركت بها الفارزة العشرية.

(3) جد قوة العدد عشرة، فأذا كانت القيمة المطلقة للعدد الاصلي بين الصفر والواحد فأن الاس يكون سالبا، واذا كان العدد أكبر من واحد فأن الاس يكون موجبا.

مثال (4) اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

(السهم هو مسار الفارزة)

i) $72300 = 7.23 \times 10000$

الفارزة العشرية تحرك اربع مراتب الى اليسار

$= 7.23 \times 10^4$

وبما ان العدد 72300 أكبر من (1) لذا فالاس موجب

ii) $802000 = 8.02 \times 100000$

الفارزة العشرية تحرك خمس مراتب الى اليسار

$= 8.02 \times 10^5$

وبما ان العدد 802000 أكبر من (1) لذا فالاس موجب

iii) $0.0025 = 2.5 \times 0.001$

الفارزة العشرية تحرك ثلاث مراتب الى اليمين

$= 2.5 \times 10^{-3}$

وبما ان العدد بين (0) و (1) فأن الاس سالب

iv) $0.000371 = 3.71 \times 0.0001$

الفارزة العشرية تحرك اربع مراتب الى اليمين

$= 3.71 \times 10^{-4}$

وبما ان العدد بين (0) و (1) فأن الاس سالب

الخلاصة:

بصورة أوضح اذا اردت ان تكتب العدد بالصورة العلمية هي ان تكتب العدد بالطريقة الأسية فاذا كان العدد أكبر من (1) تحرك الفارزة العشرية من

اليمين الى اليسار الى آخر عدد على اليسار وتضع فارزة وتضرب العدد × 10 أس عدد المراتب التي تحرك بها الفارزة كما في المثالين (i) و (ii).
واذا كان العدد بين (0) و (1) تحرك الفارزة الى اليمين لحد أول عدد يأتي بعد آخر صفر ثم تضع الفارزة بعد العدد وتضرب × 10 أس عدد الاصفار الموجودة خلف العدد الصحيح لكن الاس سالب كما في المثالين (iii) و (vi).

تأكد من فهمك:

أحسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

1) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

لتحويل الاس الى موجب حول العدد الى المقام

2) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

3) $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

4) $-2^{-2} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}$

ملاحظة/هنا الأس لا يشمل اشارة السالب للعدد

5) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

هنا الاس للعدد (2-) نكتب (2-) في المقام حتى يتحول الاس الى موجب والاس الفردي يبقى على اشارة السالب للعدد (2)

6) $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{625}$

الاس الزوجي يحول اشارة (-) الى موجب (+)

7) $(-1)^{-5} = \frac{1}{(-1)^5} = \frac{1}{-1} = -1$

8) $-7^{-1} = \frac{1}{-7} = -\frac{1}{7}$

9) $(-9)^0 = -----$

كل عدد أسه صفرا =1 $(-9)^0 = 1$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

10) $\frac{1}{3} + 3^{-2} - (-3)^{-3} = ...$

العدد المرفوع الى أس سالب ينزل الى المقام

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{(-3)^3}$ كي يتحول الى أس موجب

$= \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{-27}$ ثم نكمل الحل كما سبق

$= \frac{9+3+1}{27} = \frac{13}{27}$ الناتج

11) $2^{-4} - (-6)^0 - 5^{-1} = ...$

$= \frac{1}{2^4} - (-1) - \frac{1}{5} = \frac{1}{16} - 1 - \frac{1}{5}$

$= \frac{5-80-6}{80} = \frac{-91}{80}$ الناتج

12) $-4^{-2} + 1^3 - (-6)^{-2} = ...$

$= \frac{1}{4^2} + 1 - \frac{1}{(-6)^2} = \frac{1}{16} + 1 - \frac{1}{36}$

$= \frac{-9+144-4}{144} = \frac{131}{144}$ الناتج

13) $(8)^0 - (-3)^2 - 1^{-4} = ...$

كل عدد أسه صفر = 1

$= 1 - 9 - 1 = -9$

والعدد (1) مهما كان أسه يساوي واحد

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

14) $4.2 \times 10^4 = -----$

$4.2 \times 10000 = 42000$

15) $5.14 \times 10^6 = -----$

$5.14 \times 1000000 = 5140000$

16) $2.16 \times 10^{-3} = ...$

$2.16 \times \frac{1}{10^3} = 2.16 \times \frac{1}{1000}$

$= 2.16 \times 0.001 = 0.00216$

17) $15.8 \times 10^{-5} = -------$

$15.8 \times 0.00001 = 0.000158$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

18 $7\,2300 = ----$

$= 7.23 \times 10000$ حرك الفارزة الى اليسار

$= 7.23 \times 10^4$ اربع مراتب

19 $8\,02000 = ----$

$= 8.02 \times 100000$ حرك الفارزة الى

$= 8.02 \times 10^5$ اليسار خمس مراتب

20 $0.0025 = ----$

$= 2.5 \times 0.001$ حرك الفارزة الى اليمين

$= 2.5 \times 10^{-3}$ ثلاث مراتب ونضع العدد 10^{-3}

21 $0.000371 = ----$

$= 3.71 \times 0.0001$ حرك الفارزة الى اليمين

$= 3.71 \times 10^{-4}$ اربع مراتب ونضع العدد 10^{-4}

تدرب وحل التمرينات :

أحسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

22 $7^{-2} = ____$

$7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

23 $5^{-3} = ____$

$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

24 $1^{-4} = ____ \rightarrow \quad 1^{-4} = 1$

25 $-3^{-2} = ____ \rightarrow \quad -\frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$

26 $(-3)^{-2} = ____$

$(-3)^{-2} = -\frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

27 $(-2)^{-4} = ____$

$(-2)^{-4} = -\frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$

28 $(-1)^0 = ____ \rightarrow \quad (-1)^0 = 1$

29 $-9^{-1} = ____ \rightarrow \quad -9^{-1} = -\frac{1}{9}$

أستعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

30 $\frac{1}{4} + 5^{-2} - (-1)^{-3} - \frac{1}{2} = ...$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{(-1)^3} - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{25} - \frac{1}{-1} - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{25} + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

ضرب اشارة $(+) = (-) \times (-)$

$= \frac{25+4+100-50}{100} = \frac{79}{100}$

31 $(-2)^{-5} - (-7)^0 - 1^5 + \frac{1}{16} = ____$

$= \frac{1}{(-2)^5} - 1 - 1 + \frac{1}{16}$

$= -\frac{1}{32} - 2 + \frac{1}{16}$

$= \frac{-1 - 64 + 2}{32} = \frac{-63}{32}$

32 $6^{-2} - 4^{-2} - (-8)^{-2} - \frac{1}{36} = ____$

$= \frac{1}{6^2} - \frac{1}{4^2} - \frac{1}{(-8)^2} - \frac{1}{36}$

$= \frac{1}{36} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64} - \frac{1}{36}$

$= -\frac{1}{16} - \frac{1}{64} = \frac{-4-1}{64} = \frac{-5}{64}$

33 $(8)^0 - (-3)^2 - 1^4 + \frac{1}{9} = ____$

$= 1 - 9 - 1 + \frac{1}{9} = -9 + \frac{1}{9}$

$= \frac{-81+1}{9} = \frac{-80}{9}$

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

34 $6.3 \times 10^3 = ...$

$6.3 \times 1000 = 6300$

35 $9.02 \times 10^5 = ...$

$9.02 \times 100000 = 902000$

36 $1.28 \times 10^4 = ...$

$1.28 \times 10000 = 12800$

37 $23.7 \times 10^{-2} = ...$

$23.7 \times 0.01 = 0.237$

38 $6.54 \times 10^{-3} = ...$

$6.54 \times 0.001 = 0.00654$

39 $3.01 \times 10^{-5} = ...$

$3.01 \times 0.00001 = 0.0000301$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

40 $52100 = ----$

$5.12 \times 1000 = 5.12 \times 10^4$

41 $734000 = ----$

$7.34 \times 10000 = 7.34 \times 10^5$

42 $9100000 = ----$

$9.1 \times 1000000 = 9.1 \times 10^6$

43 $0.0035 = ----$

$3.5 \times 0.001 = 3.5 \times 10^{-3}$

44 $0.00062 = ----$

$6.2 \times 0.0001 = 6.2 \times 10^{-4}$

45 $0.0000077 = ----$

$7.7 \times 0.000001 = 6.2 \times 10^{-6}$

تدرب وحل مسائل حياتية :

46 **العنكبوت:** العناكب فأنها تغزل خيط الحرير وهذا الخيط له وظائف وحسب الاستعمال وتضع اقراصا مخاطية لاصقة التي تعمل بوضعها اوتادا صلبة جدا تساعد على لصق الشبكة العنكبوتية في أماكن وأسطح مختلفة ويبلغ قطر خيط الحرير 3×10^{-3} mm أكتب قطر خيط الحرير بالصورة الرقمية.

$3 \times 10^{-3} = 3 \times \frac{1}{10^3}$

$= 3 \times 0.001 = 0.003$ mm قطر الخيط

47 **حيتان:** تقطع الحيتان مسافة $2^5 \times 5^3$ km في كل رحلة تهاجر فيها ولكن الحوت الرمادي يقطع مسافة $2^4 \times 3 \times 5^3$ km زيادة عن الحيتان الاخرى في كل رحلة أكتب المسافة بالصورة الرقمية التي يقطعها الحوت الرمادي في كل رحلة.

$(2^5 \times 5^3) + (2^4 \times 3 \times 5^3) =$

$32 \times 125 + 16 \times 3 \times 125$

$= 4000 + 6000 = 10000$ Km

المسافة التي يقطعها الحوت الرمادي

48 **فضاء:** كوكب الارض هو ثالث كوكب المجموعة الشمسية التي يعد جزءا من مجرة درب التبانة، ويتخذ الارض شكلا أهليجيا. ويعد حجمه صغيراً جداً عند مقارنته لحجم الشمس، المسافة التقريبية بين الارض والشمس 140000000000 m أكتب المسافة بالصورة العلمية.

$140000000000 =$

$1.4 \times 100000000000 = 1.4 \times 10^{11}$ m

فكر

49 **تحد:** أكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

i) $\frac{1}{4} \times 10^{-5} = ...$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{10^5} = 0.25 \times 0.00001$

$= 0.0000025$

ii) $\sqrt{\frac{1}{25}} \times 10^{-3} = $ --------

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{10^3} = 0.2 \times \frac{1}{1000} = 0.2 \times 0.001$

$= 0.0002$

iii) $\sqrt{\frac{9}{16}} \times 10^{-4} = $ --------

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{10^4} = 0.75 \times 0.0001 = 0.000075$

50 **أصحح الخطأ**: استعمل سماح ترتيب العمليات على الاعداد النسبية وكتبت الاتي:

$(-3)^{-2} - (-1)^0 - 1^{-2} - \frac{1}{9} = 1$

حدد خطأ سماح وصححه

الطرف الايسر $= \frac{1}{(-3)^2} - 1 - 1 - \frac{1}{9}$

$= \frac{1}{9} - 1 - 1 - \frac{1}{9} = -2$

أذا جواب سماح خطأ والصحيح=0

51 **حس عددي**: هل ان العدد $\sqrt{0.09} \times 10^{-2}$ يقع بين العددين 0.004 , 0.005؟ وضح أجابتك.

$\sqrt{0.09} \times 10^{-2} = \sqrt{\frac{9}{100}} \times 10^{-2}$

$= \frac{3}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{3}{1000} = 0.003$

∴ المقدار لا يقع بين العددين.

اكتب

ناتج جمع العددين بالصورة العلمية :

$2.17 \times 10^{-3} + 3.83 \times 10^{-3} = ...$

$= 2.17 \times \frac{1}{1000} + 3.83 \times \frac{1}{1000}$

$= 2.17 \times 0.001 + 3.83 \times 0.001$

$= 0.002.17 + 0.00383$

$= 0.006$

الدرس الثالث

خصائص القوى (الأسس)

فكرة الدرس :

❖ ضرب قوتين لهما الاساس نفسهُ كذلك قسمة قوتين لهما الاساس نفسهُ ورفع قوة الى قوة.

❖ المفردات التي نستعملها : الاساس والأس.

قبل شرح الموضوع اليك المثال التالي:

تعلم :

الاسد حيوان من الثدييات من فصيلة السنوريات وأحد السنوريات الاربعة الكبيرة المنتمية الى جنس النمر، اذا كان الاسد البالغ يحتاج الى 2^3 kg من اللحم في الوجبة الواحدة ،فكم كيلو غرام يحتاج 2^4 أسد في الوجبة الواحدة؟

3-1 ضرب قوتين لهما نفس الاساس

تعرفنا سابقا على القوى (الاسس) الموجبة والسالبة والان سوف نتعرف الى قوانين الأسس:

(1) ضرب قوتين لهما الاساس نفسه

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ اذا ان $a \in Q$, $n,m \in Z$

اي عند ضرب قوتين لهما نفس الاساس فالناتج هو الاساس نفسه مرفوعا الى حاصل جمع الأسين مثل:

$3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$.

مثال (1) جد عدد الكيلوغرامات التي يحتاجها 24 أسدا في الوجبة الواحدة (المثال السابق) ضع نفس الاساس واجمع الاسين

فالناتج $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$kg

لذا يحتاج 2^4 أسدا الى 2^7 كيلو غراما من اللحم.

مثال(2) بسط وأكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

i) $5^6 \times 5^2 = 5^{6+2} = 5^8$

ii) $7^9 \times 7^{-3} = 7^{9+(-3)} = 7^6$

iii) $3^{-2} \times 3^{-5} = 3^{-2+(-5)} = 3^{-7}$

iv) $8 \times 2^{-7} = 2^3 \times 2^{-7} = 2^{-4}$

اكتب 8 بالصيغة الاسية

v) $11^2 \times 11^{-6} \times 11^5 =$

$11^{2+(-6)+(-5)} = 11^{-9}$

vi) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{6} =$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3+(-3)+6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1$

كل عدد أسهُ صفراً يساوي واحد

vii) $12 \times 8 \times 3^{-4} =$

نحلل الاعداد الى عواملها الاولية وتكتب بالصيغة الأسية

$=(2^2 \times 3) \times 2^3 \times 3^{-4}$

$= 2^{2+3} \times 3^{1+(-4)} = 2^5 \times 3^{-3}$

viii) $4^{-3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{5} = \frac{1}{4^3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{5}$

$=\left(\frac{1}{4}\right)^{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{5}$

$=\left(\frac{1}{4}\right)^{3+5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{8} = 4^{-8}$

3-2 قسمة قوتين لهما الاساس نفسه

(2) قسمة قوتين لهما الاساس نفسه

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ اذا ان $a \in Q$, $n,m \in Z$

اي عند قسمة قوة على قوة لهما نفس الاساس الناتج يكون الاساس نفسه مرفوع الى حاصل طرح الأسين أس المقام من أس البسط.

مثال (3) بسط وأكتب ناتج القسمة بوصفها قوة واحدة

i) $\frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2$

ii) $\frac{3^{-5}}{3^{-9}} = 3^{(-5)-(-9)} = 3^{-5+9} = 3^4$

في ضرب وقسمة القوى كل عدد قابل للتحليل يحلل ويكتب بالصيغة الاسية

iii) $\frac{2^{-6}}{16} = \frac{2^{-7}}{2^4} = 2^{-7-4} = 2^{-11}$

iv) $\frac{54}{12} = \frac{2^1 \times 3^3}{2^2 \times 3^1}$

$= 2^{1-2} \times 3^{3-1} = 2^{-1} \times 3^2$

v) $\frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(\frac{1}{8}\right)^5} = \frac{8^{-3}}{8^{-5}}$

$= 8^{-3-(-5)} = 8^{-3+5} = 8^2$

vi) $\frac{(-5)^2 \times 5^0 \times (-5)^7}{5^6} =$

$=5^2 \times 5^0 \times (-5)^7 \times 5^{-6}$

$= -5^{2+0+7+(-6)} = -5^3$

3-3 رفع قوة الى قوة

(3) رفع قوة الى قوة ثانية للاساس نفسه

$(a)^n \times (a)^m = a^{nm}$ اذا ان $a \in Q$, $n,m \in Z$

عند رفع قوة الى قوة ثانية للاساس نفسه يكون الناتج الاساس نفسه مرفوعا الى حاصل ضرب الاس الاول × الاس الثاني.

مثال(4) بسط وأكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة

i) $(7^3)^4 = 7^{3\times4} = 7^{12}$

ii) $(9^{-5})^6 = 9^{(-5)\times6} = 9^{-30}$

iii) $(10^3 \times 10^{-8})^{-2} = (10^{3+(-8)})^{-2}$

$=(10^{-5})^{-2} = 10^{10}$

iv) $(72)^2 = (8\times9)^2$

$=(2^3 \times 3^2)^2 = 2^6 \times 3^4$

توزع القوة على أس الاول والثاني

v) $\frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-49)^2}{7^{-4} \times (-7^3)^5} =$

$\frac{-7^3 \times 7^8 \times (-7^2)^2}{7^{-4} \times (-7^{15})} =$

$\frac{-7^{3+8+4}}{-7^{-4+15}} = \frac{-7^{15}}{-7^{1}}$

$= 7^{15-11} = 7^4$

تأكد من فهمك

بسط وأكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة:

الاسئلة 8-1 مشابهة للمثال 2

1 $2^4 \times 2^2 =$ --------

$2^4 \times 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$

عند ضرب القوى لنفس الاساس

2 $9^0 \times 9^{-5} =$ --------

$9^0 \times 9^{-5} = 9^{0\times(-5)} = 9^{-5}$

تكتب الاساس نفسه وتجمع الاسس

3 $7^{-3} \times 7^{-5} =$ --------

$7^{-3+5(-5)} = 7^{-8}$

4 $16 \times 2^{-8} =$ --------

$2^{4+(-8)} = 2^{-4}$

5 $13^{-4} \times (-13)^3 \times 13^6 =$ --------

$-13^{-4+3+6} = -13^5$

6 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$ --------

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2+5-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = 3^{-2}$

7 $32 \times 3^4 \times 24 =$ --------

نحلل العدد 24 ,32 الى العوامل الاولية ونكتبها بالصيغة الاسية

$= 2^5 \times 3^4 \times 2^3 \times 4^1$

$= 2^{5+3} \times 3^{4+1} = 2^8 \times 3^5$

8 $9^{-6} \times \left(\frac{1}{9}\right)^7 =$ --------

$= (3^2)^{-6} \times \left(\frac{1}{3^2}\right)^7$

$= (3^2)^{-6} \times (3^{-2})^7$

$= 3^{-12} \times 3^{-14}$

$= 3^{-12+(-14)} = 3^{-26}$

بسط وأكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة:

9 $\frac{5^3}{5^7} =$ -------- ➔ $5^{3-7} = 5^{-4}$

10 $\frac{2^{-6}}{2^{-1}} =$ -------- ➔ $2^{-6-(-1)} = 2^{-5}$

11 $\frac{3^{-3}}{27} =$ ....

حلل العدد 27 الى عوامله الاولية واكتبه بالصيغة الاسية

$\frac{3^{-3}}{3^3} = 3^{-3-3} = 3^{-6}$

12 $\frac{6 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3} =$ --------

حلل العدد $6 = 2 \times 3$

$= \frac{2 \times 3 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3}$

$= 2^{1-4} \times 3^{1-(-2)-1}$

$= 2^{-3} \times 3^{-2}$

13 $\frac{\left(\frac{1}{25}\right)^4}{\left(\frac{1}{25}\right)^8} =$ --------

$= \frac{\left(\frac{1}{5^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{5^2}\right)^8} = \frac{(5^{-2})^4}{(5^{-2})^8}$

$= \frac{5^{-8}}{5^{-16}} = 5^{-8-(-16)} = 5^{-8+16} = 5^8$

14 $\frac{(-6)^3 \times 6^{-6} \times (-6)^0}{6^9} =$

$\frac{-6^3 \times 6^{-6} \times 1}{6^9} =$

$-6^{3+(-6)-9} = -6^{-12}$

15 $(5^2)^6 =$ --------

$5^{2\times6} = 5^{12}$

16 $(8^{-3})^4 =$ --------

$8^{-3\times4} = 8^{-12}$

17 $(10^{-7} \times 10^6)^{-3} =$ --------

$(10^{-7+6})^{-3} = (10^{-1})^{-3} =$

$10^{(-1)\times(-3)} = 10^3$

18 $(3^2)^{-2} = ...$

$= 3^{3\times(-2)} = 3^{-4}$

19 $\frac{(-1)^3\times 1^8}{(-1^4)^6} = ...$

$= \frac{-1\times 1}{(-1^4)^6} = \frac{1}{(-1)^6} = \frac{-1}{1} = -1$

20 $\frac{(-3)^2\times 3^5}{(-3^3)^{-1}} = ...$

$= \frac{3^2\times 3^5}{-3^{3\times(-1)}} = \frac{3^{2+5}}{-3^{-3}}$

$= -3^{7-(-3)} = -3^{7+3} = -3^{10}$

تدرب وحل التمرينات

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

21 $6^{-7}\times 6^{3} = ...$

$= 6^{-7+3} = 6^{-4}$

22 $7^{-1}\times 7^{-4} = ...$

$= 7^{-1+(-4)} \times 7^{-5}$

23 $(-1)^{-5}\times 1^{-2} = ...$

$= \frac{1}{(-1)^5}\times 1 = \frac{1}{-1} = -1$

24 $27\times 3^{-6} = 3^3\times 3^{-6}$

$= 3^{3+(-6)} = 3^{-3}$

25 $8^{-7}\times\left(\frac{1}{8}\right)^{7} = ...$

$= (2^3)^{-7}\times\left(\frac{1}{2^3}\right)^{7}$

$= 2^{3\times(-7)}\times 2^{-3\times 7}$

$= 2^{-21}\times 2^{-21} = 2^{-42}$

26 $12\times 2^3\times 6^{-2} = ...$

$= (2^2\times 3)\times 2^3\times (2\times 3)^{-2}$

$= 2^2\times 3^1\times 2^3\times 2^{-2}\times 3^{-2}$

$= 2^{2+3+(-2)}\times 3^{1+(-2)}$

$= 2^3\times 3^{-1}$

27 $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}\times\left(\frac{1}{5}\right)^{7}\times\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = ...$

$= \left(\frac{1}{5}\right)^{-3+7+(-2)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2}$

$= (5^{-1})^2 = 5^{-2}$

28 $(18)^{-4}\times(-2)^3\times(-3)^2 = ...$

$= (2\times 3^2)^{-4}\times(-2^3)\times 3^2$

$= 2^{-4}\times 3^{-8}\times(-2^3)\times 3^2$

$= 2^{-4+3}\times 3^{-8+2} = -2^{-1}\times 3^{-6}$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة

29 $\frac{7^{-2}}{7^{7}} = ...$

$= 7^{-2-7} = 7^{-9}$

30 $\frac{6^{-4}}{6^{-3}} = ...$

$= 6^{-4-(-3)} = 6^{-4+3} = 6^{-1}$

31 $\frac{5^{-5}}{125} = ...$

$= \frac{5^{-5}}{5^{3}} = 5^{-5-3} = 5^{-8}$

32 $\frac{48\times 3^{-4}}{3^3\times 3} = ...$

$= \frac{(3\times 2^4)\times 3^{-4}}{3^3\times 2}$

$= \frac{3\times 2^4\times 3^{-4}}{3^3\times 2}$

$= 3^{1+(-4)-3}\times 2^{4-1} = 3^{-6}\times 2^{3}$

33 $\frac{\left(\frac{1}{49}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{49}\right)^{6}} = ...$

$= \left(\frac{1}{49}\right)^{-3-6} = \left(\frac{1}{49}\right)^{-9}$

$= \left(\frac{1}{7^2}\right)^{-9} = (7^{-2})^{-9} = 7^{18}$

34 $\dfrac{(-9)^5 \times 9^{-5} \times (-9)^0}{9} = ...$

$= \dfrac{-9^5 \times 9^{-5} \times 1}{9}$

$= -9^{5+(-5)-1} = -9^{-1}$

35 $(3^4)^{-3} = ...$

$(3^4)^{-3} = 3^{-12}$

36 $(6^{-2})^{-5} = ...$

$= (6^{-2})^{-5} = 6^{-2\times(-5)} = 6^{10}$

37 $(10^9 \times 10^{-1})^{-4} = ...$

$= (10^{9+(-1)})^{-4} = (9^8)^{-4} = 9^{-32}$

38 $\dfrac{(-2)^2 \times 2^6 \times (-4)^5}{2^{-4} \times (-2^5)^3} = ...$

$= \dfrac{2^2 \times 2^6 \times (-2^2)^5}{2^{-4} \times (-2^{15})}$

$= \dfrac{-2^2 \times 2^6 \times 2^{10}}{-2^{-4} \times 2^{15}}$

$= \dfrac{2^{2+6+10}}{2^{-4+15}} = \dfrac{2^{18}}{2^{11}}$

$= 2^{18-11} = 2^7$

39 $\dfrac{(-27)^3 \times 3^{-2} \times (-9)^{-2}}{3^{-5} \times (-3^2)^7} = ...$

$= \dfrac{(-3^3)^3 \times 3^{-2} \times (-3)^{-2}}{3^{-5} \times 3^{14}}$

$= \dfrac{-3^9 \times 3^{-2} \times 3^{-4}}{-3^{-5} \times 3^{14}}$

$= \dfrac{3^{9+(-2)+(-4)}}{-3^{-5+14}} = \dfrac{3^3}{3^9}$

$= 3^{3-9} = 3^{-6}$

تدرب وحل مسائل حياتية :

40 **الفهد:** يعد الفهد الصياد الذي يعيش في قارتي آسيا وأفريقيا من الحيوانات الثدية المعرضة للانقراض والتي تنمتي الى عائلة اسنوريات او القطيات وهو أسرع الحيوانات الارضية على الاطلاق، اذ تصل سرعته القصوى الى $\frac{21}{10^{-3}}$ m/min .
أكتب عدد الامتار التي يقطعها الفهد خلال 2^3min .

الحل

يقطع في الدقيقة الواحدة $\frac{2}{10^{-3}} = 2\times10^3$ m/min

$\therefore 2^3 \times (2\times10^3) = 2^{3+1} \times 10^3$

$= 2^4 \times 10^3 = 16 \times 1000$

عدد الامتار $= 16000$

41 **انتاج:** أنتج العراق $\left(\frac{3}{10^{-2}}\right)^3$ برميلا من النفط خلال 9 أشهر في أحدى السنوات

أكتب أنتاج العراق من النفط بالصورة الرقمية.

$\left(\frac{3}{10^{-2}}\right)^3 = (3\times10^2)^3$

$= 3^3 \times 10^6$

$= 27\times1000000$

انتاج العراق برميلا $= 27000000$

42 **مكعب روبك:** مكعب روبك هو لغز يتمثل في مكعب ثلاثي الابعاد يتكون من 6 أوجه وكل وجه يحمل 3^2 ملصقات اللون نفسه ويحمل أوجه مكعب روبيك على الالوان الرئيسية وهي الاحمر والابيض والاخضر والازرق والبرتقالي والاصفر. مخترع مكعب روبيك هو النحات المجري إرنوروبيك. أكتب عدد الملصقات في 6 مكعبات على صورة اعداد ذات قوة واحدة.

عدد الملصقات في كل مكعب 6×3^2

عدد الملصقات في 6 مكعبات $6 \times (6 \times 3^2) = 6^2 \times 3^2$

$= (2\times3)^2 \times 3^2$

$= 2^2 \times 3^2 \times 3^2$

عدد الملصقات $= 2^2 \times 3^4$

فكّر

43 **تحدٍ:** بسط وأكتب الناتج بوصفة قوة واحدة

i) $\frac{(-10)^5 \times 10^{-4} \times -10^{-2}}{10^{-7} \times (10^{-6})^2} =$ ---------

$= \frac{-10^5 \times 10^{-4} \times -10^{-2}}{10^{-7} \times 10^{-12}}$

$= \frac{10^{5-4-2}}{10^{-7-12}} = \frac{10^{-1}}{10^{-19}}$

$= 10^{-1+19} = 10^{18}$

ii) $\sqrt{\frac{1}{64}} \times 2^{-4} \times (-4)^7 =$ ---------

$= \frac{1}{8} \times 2^{-4} \times (-2^2)^7$

$= \frac{1}{2^3} \times 2^{-4} \times -2^{14}$

$= -2^{-3} \times 2^{-4} \times 2^{14}$

$= -2^{-3-4+14} = -2^7$

44 **أصحح الخطأ:** بسط جميل المقدار التالي وكتب الناتج كما يلي:

$\left(\frac{1}{9}\right)^{-7} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{27}\right)^{-1} = 3^{-14}$

حدد خطأ جمال وصححه

الطرف الايسر = $\left(\frac{1}{3^2}\right)^{-7} \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3^3}\right)^{-1}$

حلل العددين 9, 27 الى العوامل الاولية وتكتب بالصيغة الاسية

$= (3^{-2})^{-7} \times (3^{-1})^5 \times (3^{-3})^{-1}$

$= 3^{14} \times 3^{-5} \times 3^3$

$= 3^{14+(-5)+3} = 3^{12}$ الجواب الصحيح

45 **حس عددي:** هل ان العدد $\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2}$ يقع بين العددين 3^{-1} , 3^{-2} ؟ وضح اجابتك

نبسط المقدار الى ابسط صورة بصيغته الاسية

$\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2} = \frac{2^4 \times 2^{-6}}{2^{0+1}}$

$= \frac{2^{4-6}}{2^1} = 2^{-2-1} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$, $3^{-1} = \frac{1}{3}$

∴ العدد $\frac{1}{8}$ يقع بين العددين 3^{-1} , 3^{-2}.

أكتب / الناتج على صورة كسر اعتيادي

$(36)^{-5} \times (-2)^8 \times (-3)^8 =$ ....

$= (3^2 \times 2^2)^{-5} \times 2^8 \times 3^8$

$= 3^{10} \times 2^{-10} \times 2^8 \times 3^8$

$= 3^{-10+8} \times 2^{-10+8}$

$= 3^{-2} \times 2^{-2}$

$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{36}$

الدرس الرابع

الكسور العشرية الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة)

فكرة الدرس :

- استعمال الحاسبة في تبسيط جملة عددية تحتوي على: كسور عشرية دورية وصورة علمية للعدد
- المفردات التي نستعملها : حاسبة وكسر عشري دوري.

لنأخذ المثال التالي ويحل بعد شرح الموضوع

تعلم :

الزرافة من الحيوانات الثدية، التي تتغذى على الاعشاب واوراق الاشجار والفواكه والخضراوات وتعد الزرافة أطول الحيوانات على الاطلاق، الزرافة تشرب الماء مرتين في الاسبوع، فأذا شربت أحدى الزرافات $\frac{15}{2}$ لتر في المرة الاولى وفي المرة الثانية $\frac{17}{3}$ لتر أكتب عدد ألتار الماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بصورة كسر عشري.

1 –4 تبسيط جملة عددية

تحتوي على كسور عشرية دورية بأستعمال الحاسبة :

تعلمنا سابقا كيفية تبسيط جملة عددية بأستعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية والآن سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على كسور عشرية دورية (استعمال الحاسبة) وكالأتي:

اذا كانت الجملة العددية مكتوبة على صورة كسور اعتيادية فقط فيمكن اجراء العمليات كما تعلمنا سابقا ثم كتابة الناتج على شكل كسر عشري **منته** أو **دوري** مثال ذلك:

$$\frac{10}{3}+\frac{2}{5}=\frac{50+6}{15}=\frac{56}{15}$$

$$=3.7333\text{---------}=3.7\overline{3}$$

لاحظ عزيزي الطالب عند القسمة بالنهاية يبقى العدد 3 مكرر مهما طولت بالقسمة لذلك نكتب العدد المكرر مرة واحدة ونضع فوقه خط مثل ما سبق وهذا الكسر يسمى كسر دوري.

اما اذا كانت الجملة مكتوبة على صورة كسور اعتيادية عشرية دورية فسوف تترك الى المراحل اللاحقة. والان نعود للمثال السابق

مثال (1) أكتب ألتار الماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بالصورة العشرية.

$$\frac{15}{2}+\frac{17}{3}=\frac{15\times3+17\times3}{6}$$

$$=\frac{45+34}{6}=\frac{79}{6}$$

$$=13.1666\text{---------}$$

$$=13.1\overline{6}$$ عدد الالتار

مثال (2) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح على صورة كسر عشري:

i) $\frac{8}{5}+\frac{13}{6}=$ اجمع الكسور الاعتيادية وبسط الناتج

$$=\frac{48+65}{30}=\frac{113}{30}$$

$$=3.7666\text{---------}$$

$$=3.7\overline{6}$$ اكتب الناتج على شكل كسر عشري دوري

ii) $$\frac{9}{2}+\frac{21}{8}-\frac{5}{12}=\frac{36+21}{8}-\frac{5}{12}$$

$$=\frac{57}{8}-\frac{5}{12}$$

$$=\frac{171-10}{24}=\frac{161}{24}$$

$$=6.708333\text{---------}$$

$$=6.708\overline{3}$$

iii) $$\frac{6}{13}-\frac{11}{3}-\frac{10}{6}=\frac{36-286-130}{78}$$

$$=\frac{-380}{78}=-4.8717948717948\text{ ----}$$

$$=-4.\overline{871794}$$

كل عدد في الجزء العشري الذي يتكرر عدد من المرات يكتب عدد واحد ونضع فوقه خط

مثال (3) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري :

i) $$\frac{5}{3}\times\frac{12}{15}=\frac{5\times12}{3\times15}$$

$$=\frac{4}{3}=1.333\text{---------}$$

$$=1.\overline{3}$$ العدد 3 يتكرر

ii) $$\frac{8}{9}\div\frac{48}{-45}=\frac{8}{9}\times\frac{-45}{48}$$

$$=\frac{8\times-48}{9\times48}=\frac{-5}{6}$$

$$=-0.8333\text{-----}=-0.8\overline{3}$$

iii) $$\frac{6}{5}\times\frac{13}{12}\div\frac{39}{4}=$$

$$\left(\frac{6}{5}\times\frac{13}{12}\right)\div\frac{39}{4}=\frac{13}{10}\times\frac{14}{39}=$$

$$=0.1333\text{---------}=0.1\overline{3}$$

iv) $\frac{17}{6} \div \frac{34}{42} \times \frac{-7}{6} =$

$= \left(\frac{17}{6} \div \frac{34}{42}\right) \times \frac{-7}{6}$

$= \left(\frac{17}{6} \times \frac{42}{34}\right) \times \frac{-7}{6}$

$= \frac{7}{2} \times \frac{-7}{6} = \frac{-49}{12}$

$= -4.08333\text{---------} = -4.08\overline{3}$

2 – 4 تبسيط جملة عددية

تحتوي على اعداد بالصورة العلمية

بأستعمال الحاسبة

تعلمت سابقا كيفية كتابة العدد بالصورة العلمية من الصورة القياسية (الرقمية) وبالعكس والان سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على ضرب وقسمة اعداد بالصورة العلمية (استعمال الحاسبة) وكالآتي:

1) اجري العمليات على الكسور العشرية أولا وحسب الترتيب (استعمال الحاسبة).

2) جد ناتج قوى العشرة.

3) حرك الفارزة بما يتطلبه الناتج.

مثال (4) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

i) $(3.1\times10^{4})(6.7\times10^{-3}) =$

احصر بين الاقواس ذات الاولية

$= (3.1\times6.7)(10^{4}\times10^{-3})$

وجد ناتج الضرب للكسور العشرية

$= 23.56\times10^{1} = 2.356\times10^{2}$

وناتج قوى العشرة ونحرك الفارزة الى اليسار مرتبة واحدة فنضيف على أس 10 العدد (1) (مقدار الحركة).

ii) $(1.05\times10^{-5})(0.9\times10^{-4})$

$= (1.05\times0.9)(10^{-5}\times10^{-4})$

$= 0.945\times10^{-9}$ حرك الفارزة مرتبة واحدة الى اليمين

$= 9.45\times10^{-10}$ نطرح (1) من أس (10)

ملاحظة/ اذا حركت الفارزة الى اليسار يضاف على أس 10 عدد مراتب الحركة واذا حركت الفارزة الى اليمين يطرح من أس 10 عدد مراتب الحركة.

iii) $(12.5\times10^{-3})(9.08\times10^{7}) =$

$= (12.5\times9.08)(10^{-3}\times10^{7})$

$= 113.5 \times 10^{4}$ حرك الفارزة مرتبتين الى اليسار

$= 1.135 \times 10^{6}$ نضيف 2 الى أس 10

iv) $\frac{7.29 \times 10^{6}}{0.09 \times 10^{4}} =$

$= (7.29 \div 0.09)(10^{6}\times10^{-4})$

$= 81 \times 10^{2}$ نقسم الكسور العشرية مضروبة

$= 8.1 \times 10^{3}$ قسمة قوى العشرة في حاصل وحركة الفارزة مرتبة الى اليسار

v) $\frac{2.25\times10^{-7}}{0.005\times10^{-2}} =$

$= (2.25 \div 0.005)(10^{-7}\times10^{-2})$

$= 450 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-3}$

خلاصة حل المثالين / سواء كان ضرب أو قسمة. اول خطوة ان نحصر الضرب او القسمة بين قوسين ثم قوى العشرة ثم نجد ناتج كل قوس والكسر العشري نحرك فارزته الى اليسار او اليمين بحيث يبقى من العدد عدد صحيح واحد وبقية الاعداد هي الجزء العشري للعدد وتضيف وتطرح من أس 10 حسب حركة الفارزة وكما وضحت سابقا.

تاكد من فهمك:

إستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح على صورة كسر عشري:

الاسئلة 1-4 مشابهة للمثال 2

1) $\frac{2}{3} - \frac{5}{8} = \frac{16-15}{24} = \frac{1}{24}$

$= 0.041666... = 0.041\overline{6}$

2) $\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$

$= \frac{2+5}{6} = \frac{7}{6}$

$= 1.1666... = 1.1\overline{6}$

3 $\frac{7}{2}+\frac{9}{4}-\frac{13}{12}$

$= \frac{42+27-13}{12} = \frac{56}{12}$

$= 4.666... = 4.\bar{6}$

4 $\frac{21}{5}-\frac{17}{10}-\frac{3}{11}$

$= \frac{462-187-30}{110} = \frac{245}{110}$

$= 2.2272727... = 2.2\overline{27}$

إستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري

الاسئلة 5-8 مشابهة للمثال 3

5 $\frac{4}{7}\times\frac{21}{12} = \frac{2\times21}{7\times12}$

$= 1 = 1.0$

6 $\frac{6}{11}\div\frac{4}{-22} = \frac{6}{11}\times\frac{-22}{4}$

$= \frac{6\times-22}{11\times4}$

$= -3 = -3.0$

7 $\frac{15}{9}\times\frac{36}{75}\div\frac{12}{35} =$

$\frac{15}{9}\times\frac{36}{75}\times\frac{35}{12} = \frac{7}{3}$

$= 2.333... = 2.\bar{3}$

8 $\frac{13}{5}\div\frac{39}{15}\times\frac{-11}{9} =$

$\frac{13}{5}\times\frac{15}{39}\times\frac{-11}{9} = \frac{-2145}{1755}$

$= -1.2222... = -1.\bar{2}$

إستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

الاسئلة 9-12 مشابهة للمثال 4

9 $(2.7\times10^{3})(6.6\times10^{-7}) =$ ---------

نحصر الضرب بين قوسين للكسور العشرية

وكذلك القوى القوى العشرة ونجد الناتج

$=(2.7\times6.6)(10^{3}\times10^{-7})=$

$= 17.82\times10^{-4}$

نحرك الفارزة نحو اليسار مرتبة واحدة

$= 1.782\times10^{-3}$

10 $(5.08\times10^{-6})(0.8\times10^{-3}) =$ ------

$= (5.08\times10)(10^{-6}\times10^{-3})$

$= 4.064\times10^{-9}$

في هذا المثال لا نحرك الفارزة

لان لدينا عدد صحيح مرتبة واحدة

11 $\frac{6.25\times10^{8}}{0.5\times10^{3}} =$ ---------

$= (6.25\div0.5)(10^{8}\times10^{-3})$

نحصر القسمة للكسور العشرية بين قوسين

$= 12.5\times10^{5}$ ترك الفارزة لليسار ومرتبة واحدة

$= 1.25\times10^{6}$

12 $\frac{1.69\times10^{-6}}{0.13\times10^{-2}} =$ ---------

$= (1.69\div0.13)(10^{-6}\times10^{2})$

$= 1.3\times10^{-4} = 13\times10^{-3}$

تدرب وحل التمرينات

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح على صورة كسر عشري:

13 $\frac{1}{3}+\frac{2}{9} = \frac{3+2}{9} = \frac{5}{9}$

$= 0.5555... = 0.\bar{5}$

14 $\frac{1}{4}-\frac{5}{2}$

$= \frac{1-10}{4} = \frac{-9}{4}$

$= -2.25$

15 $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}-\frac{7}{6}$

$=\frac{12+9-63}{54}=\frac{-60}{54}$

$=-1.1111----=1.1$

16 $\frac{8}{3}-\frac{5}{4}-\frac{7}{8}$

$=\frac{64-30-21}{24}=\frac{13}{24}$

$=0.541666----=0.5416$

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري.

17 $\frac{1}{8}\times\frac{56}{3}=\frac{1\times 56}{8\times 3}$

$=2.3333.....=2.3$

18 $\frac{-2}{7}\div\frac{16}{-49}=\frac{-2}{7}\times\frac{-49}{16}$

$=\frac{+2\times 49}{7\times 16}=\frac{7}{8}$

$=0.875$ سالب × سالب = موجب

19 $\frac{24}{25}\times\frac{5}{4}\div\frac{18}{35}$

$=\left(\frac{24}{25}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{35}{18}=\frac{7}{3}$

$=2.333...=2.3$

20 $\frac{17}{2}\div\frac{51}{-8}\times\frac{9}{22}=\left(\frac{17}{2}\div\frac{51}{-8}\right)\times\frac{9}{22}$

$=\frac{17}{2}\times\frac{-8}{51}\times\frac{9}{22}=\frac{-12}{22}$

أستعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

21 $(1.3\times10^{-4})(9.1\times10^{-6})=$

$=(1.3\times9.1)(10^{-4}\times10^{-6})$

$=11.83\times10^{-10}$

$=1.183\times10^{-9}$ حرك الفارزة مرتبة لليسار

22 $(0.02\times10^{-5})(0.4\times10^{3})$

$=(0.02\times0.4)(10^{-5}\times10^{3})=$

$=0.008\times10^{-2}=$ نحصر ضرب الكسور

$=8\times10^{-5}$ العشرية بين قوسين

وقوى 10 بين قوسين

(حرك الفارزة ثلاث مراتب الى اليمين واطرح)

23 $\frac{2.256\times10^{-2}}{0.16\times10^{4}}$

$=(2.256\div0.16)(10^{-2}\times10^{-4})$

$=14.1\times10^{-6}=$ حرك الفارزة مرتبة

$=1.41\times10^{-5}$ الى اليسار ثم أكمل

24 $\frac{2.25\times10^{5}}{0.25\times10^{3}}$

$=(2.25\div0.25)(10^{5}\times10^{-3})$

$=9\times10^{2}$

تدرب وحل مسائل حياتية :

25 **حوت:** الحوت هو أضخم الحيوانات الحية على الاطلاق بما فيها البرية والبحرية وهو من الحيوانات الثدية، وضعت أنثى الحوت أربعة عجول طول أثنين منهما نسبة لطول الحوت الام هو $\frac{4}{15}, \frac{1}{5}$ اكتب طولي الحوتين بكسر عشري.

$\frac{4}{15}+\frac{1}{5}=\frac{4+3}{15}=\frac{7}{15}$

$=0.4666----=0.46m$ مجمع طولي العجلين

26 **سلطة خضار:** عملت سارة صحن سلطة خضار واضافت اليه 4 حبات فراوله وزن كل واحدة $1.5\times10^{-2}kg$ و 12 حبة زيتون وزن الواحدة $0.06\times10^{-1}kg$ أكتب الوزن الكلي المضاف الى السلطة بالصورة العلمية.

$(4\times1.5\times10^{-2})+(12\times0.06\times10^{-1})=$

$=(6\times10^{-2})+(0.72\times10^{-1})$

$=\frac{6}{10^{2}}+\frac{0.72}{10}=\frac{6}{100}+\frac{72}{100}$

$=\frac{60+72}{1000}=\frac{132}{1000}$

$=1.32\times10^{-1}\ kg$ الوزن الكلي

27 **تعليم:** كانت نسبة النجاح النهائية للدورين الاول والثاني في أحدى المدارس الثانوية $\frac{19}{20}$ ما نسبة النجاح في الدور الثاني اذا كانت نسبة النجاح في للدور الاول هو $\frac{19}{20}$ ؟

اكتب العدد بصورة كسر.

$$\frac{19}{20}-\frac{19}{25}=\frac{5\times19-4\times19}{100}$$
$$=\frac{95-76}{100}=\frac{19}{100}$$

نسبة النجاح في الدور الثاني $=1.9\times10^{-1}$

فكر

28 **تحد:** أستعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسر عشري:

i) $\frac{3}{7}\times\frac{35}{6}+\frac{10}{13}\times\frac{26}{-6}=$
$$\frac{5}{2}+\frac{10}{-3}=\frac{5}{2}-\frac{10}{3}$$
$$=\frac{15-20}{6}=\frac{-5}{6}$$
$$=-0.8333---=-0.8\overline{3}$$

ii) $\frac{5}{22}\div\frac{20}{33}-\frac{7}{13}\div\frac{26}{42}$
$$=\left(\frac{5}{22}\times\frac{33}{20}\right)-\left(\frac{7}{13}\times\frac{26}{42}\right)$$
$$=\frac{3}{8}-\frac{1}{3}=\frac{9-8}{24}$$
$$=\frac{1}{24}=0.041\overline{6}$$

العدد 6 مكرر عند القسمة نكتب 6 واحدة ونضع ــ فوق العدد 6.

29 **أصحح الخطأ:** استعملت خلود الحاسبة وكتبت ناتج المقدار كما يلي:

$$(6.7\times10^{3})(2.8\times10^{-7})=1.876\times10^{-4}$$

حدد خط خلود وصححه

الطرف الايسر $=(6.7\times10^{3})(2.8\times10^{-7})$
$$=(6.7\times2.8)(10^{3}\times10^{-7})$$
الجواب الصحيح $=18.76\times10^{-4}$

يعني الخطأ في أس 10 وحركة الفارزة $=1.876\times10^{-3}$

30 **حس عددي:** هل ان العدد $\frac{23.5\times10^{-3}}{2.35\times10^{-2}}$ يقع بين العددين 0,2 ؟ وضح الاجابة

$$\frac{23.5\times10^{-3}}{2.35\times10^{-2}}$$
$$=(23.5\div2.35)(10^{-3}\times10^{2})$$
$$=10\times10^{-1}=10^{0}=1$$

∴ العدد يقع بين العددين 0,2.

أكتب الناتج على صورة كسر عشري:

$$\frac{9}{4}\div\frac{63}{-12}\times\frac{-2}{3}=\text{---------}$$
$$=\left(\frac{9}{4}\times\frac{-12}{63}\right)\times\frac{-2}{3}$$
$$=\frac{2}{7}=0.2857142857...$$
$$=0.\overline{285714}$$

الدرس الخامس /

تبسيط الحمل العددية الكسرية

فكرة الدرس :

- تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى وصورة علمية للعدد.
- المفردات التي نستعملها : جذر، مربع كامل.

اليك المثال التالي ليوضح فكرة الدرس

تعلم :

على احدى رحلات شركة الخطوط الجوية العراقية من بغداد الى أسطنبول باعت الشركة تذكرة الدرجة الاولى بسعر 5.5×10^{5} دينار والدرجة السياحية بمبلغ 46.5×10^{4} دينار. اذا كانت الطائرة تتسع 168 كرسيا، 12منها للدرجة الاولى والباقي للدرجة السياحية، ما المبلغ الذي تجنيه الشركة اذا بيعت كل التذاكر؟

1 – 5 تبسيط جملة عددية

❖ **تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على قوى وصورة علمية للعدد :**

تعلمنا سابقا كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على ضرب وقسمة فقط لاعداد بالصورة العلمية والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على جمع وطرح فضلا عن الضرب والقسمة لاعداد بالصورة العلمية ولايجاد ناتج جمع او طرح حدين يحتويان على صورة علمية للعدد نتبع احدى الطريقتين:

الطريقة الاولى/ مساواة قوى العشرة للحدين واخراجها بوصفها عاملا مشتركا ثم اجراء عملية الجمع او الطرح للكسرين العشريين بعد حصرهما بين قوسين وكتابة ناتجهما مضروبا في قوى العشرة، ثم تعديل قوى العشرة بما يتطلبه كتابة العدد بالصورة العلمية.

الطريقة الثانية/ كتابة كل عدد بالصورة الرقمية من الصورة العلمية له، ثم اجراء عملية الجمع او الطرح وبعدها ارجاع العدد الى الصورة العلمية أو بحسب ما يتطلبه السؤال.

مثال (1) جد المبلغ الذي تجنيه الشركة اذا باعت التذاكر جميعها

الطريقة الاولى/ مساواة قوى العشرة للحدين

سعر تذكرة الدرجة السياحية $46.5\times10^4=4.65\times10^5$

سعر تذاكر الدرجة الاولى $12\times5.5\times10^5=66\times10^5$

الدرجة السياحية كرسيا $168-12=156$

$165\times4.65\times10^5=725.4\times10^5$

سعر تذاكر الدرجة السياحية

$66\times10^5+725.4\times10^5$

$=(66 \times 725.4)\times10^5$

اخراج 10^5 عامل مشترك

المبلغ الكلي بالدينار $791.4\times10^5=7.914\times10^7$

الطريقة الثانية/ سعر تذاكر الدرجة الاولى

$12\times5.5\times10^5=66\times10^5=6600000$

$156\times46.5\times10^5=725.4\times10^5$

$=72540000$

سعر تذاكر الدرجة السياحية

$6600000+72540000$

$=79140000=7.914\times10^7$

المبلغ الكلي بالدينار

ملاحظة/

يمكنك استعمال الحاسبة في اجراء العمليات على الكسور العشرية.

مثال (2) بسط الجمل العددية الكسرية المتالية واكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد.

i) $4.1\times10^{-5}+0.61\times10^{-4}$

$=(4.1\times10^{-5})+(6.1\times10^{-5})$

اخراج 10^5 عامل مشترك

$=(4.1+6.1)\times10^{-5}$

$=10.2\times10^{-5}$

$=1.02\times10^{-4}$

ii) $7.6\times10^{-4}-0.23\times10^{-3}$

$=(7.6\times10^{-4})-(2.3\times10^{-4})$

اخراج 10^{-4} عامل مشترك

$=(7.6-2.3)\times10^{-4}$

$=5.3\times10^{-4}$

iii) $2.3\times10^{-2}+0.176\times10^{3}$

$=0.023+176=176.023$

$=1.76023\times10^2$

هنا حولنا الاعداد الى كسور عشرية بالضرب 10^{-2} و 10^3 ثم حولنا الناتج الى العدد بالصورة العلمية :

iv) $300.1\times10^{-2}-0.005\times10^{4}$

$=3.001-50=-46.999$

$=-4.6999\times10^1$

v) $(6.3\times10^{3})(8.2\times10^{-7})$

$=(6.3\times8.2)(10^3\times10^{-7})$

$=51.66\times10^{-4}$

$=5.166\times10^{-3}$

حرك الفارزة مرتبة الى اليسار

امثلة على تحرك الفارزة/

لكتابة العدد بالصورة العلمية

$462.5\times10^{-3}\rightarrow4.625\times10^{-1}$

هنا تحرك الفارزة نحو اليسار بحيث تضعها قبل آخر رتبة. وتضيف للاس 2 بعد حركة الفارزة

$0.00341\times10^{-5} \Rightarrow 3.41\times10^{-8}$

هنا تحرك الفارزة نحو اليمين بحيث تضعها بعد اول عدد غير الصفر وتحسب المراتب حيث حركت ثلاث مراتب لليمين وهنا تطرح من أس العدد (10) العدد (-3) يعني لليسار تضيف ولليمين تطرح.

2 – 5 تبسيط جملة عددية

تبسيط جملة عددية كسرية

تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى:

تعلمنا سابقاً كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد نسبية بأستعمال ترتيب العمليات والان سوف نتعلم كيفية تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى لاعداد وسوف نتبع الخطوات السابقة نفسها التي تعلمتها في تبسيط الجمل العدية وهي:

1) تبسيط كل حد من الحدود بأبسط صورة وذلك بالتخلص من الجذور والقيم المطلقة للعدد وتبسيط القوى.

2) استعمال ترتيب العمليات لتبسيط المقدار مع اعطاء الاولية للعمليات داخل الاقواس.

مثال (3) بسط الجمل العددية الكسرية المتالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

i) $\frac{4}{3}-\frac{\sqrt{25}}{\sqrt[3]{27}}-\frac{-2}{\sqrt{16}}$ ايجاد قيم الجذور وكتابة الكسور

$=\frac{4}{3}-\frac{5}{3}-\frac{-2}{4}$ بأبسط صورة وحصر العمليات

وجمع الكسرين وايجاد الناتج

$=\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{3}\right)-\frac{-2}{4}$ التي لها أولوية بين قوسين

$=\frac{4-5}{3}+\frac{2}{4}$

$=\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-2+3}{6}=\frac{1}{6}$

ii) $\frac{1}{23}\left(\frac{|-15|}{7}-\frac{\sqrt[3]{-8}}{-4}\right)-\frac{1}{28}$ =--------

ايجاد القيم المطلقة والجذور بأبسط صورة واجراء العمليات حسب الاولوية

$=\frac{1}{23}\left(\frac{15}{7}-\frac{\cancel{-2}^{1}}{\cancel{-4}_{2}}\right)-\frac{1}{28}$

$=\left(\frac{1}{23}\times\frac{30-7}{14}\right)-\frac{1}{28}$

$=\left(\frac{1}{23}\times\frac{23}{14}\right)-\frac{1}{28}$

$=\frac{1}{14}-\frac{1}{28}=\frac{2-1}{28}=\frac{1}{28}$

iii) $\frac{\sqrt[3]{-125}}{36}\times\frac{|-6|}{10}+\frac{9}{4}\div\frac{-18}{\sqrt[3]{-8}}$

$=\left(\frac{-5}{36}\times\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{9}{4}\div\frac{-18}{-2}\right)$

$=\left(\frac{-5}{36}\times\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{9}{4}\times\frac{2}{18}\right)$

$=\frac{-1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{-1+3}{12}$

$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

iv) $\frac{1}{3^2}\times3^4\div(-3)^{-1}+3^{-2}$

$=\left(3^{-2}\times3^4\right)\div\left(-3^{-1}\right)+3^{-2}$

$=3^2\div\frac{1}{-3}+\frac{1}{3^2}$

$=-3^2\times3+\frac{1}{9}$

$=-3^3+\frac{1}{9}=-27+\frac{1}{9}$

$=\frac{-243+1}{9}=\frac{-242}{9}$

v) $(-1)^{-2}-(-8)^0+\frac{\sqrt{25}}{3^2}\div\frac{25}{-12}=$

$=\cancel{1}-\cancel{1}+\frac{5}{9}\div\frac{25}{-12}$

$=\frac{5}{9}\times\frac{-12}{25}$

$=\frac{\cancel{5}^{1}\times\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}\times\cancel{25}_{5}}=\frac{-4}{15}$

تأكد من فهمك:

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية:

1 $7.3\times10^4 + 3.6\times10^4 =$

اخراج عامل مشترك 10^4

$=(7.3 + 3.6) \times 10^4$

$=10.9\times10^4$

$= 1.09\times10^5$

حرك الفارزة مرتبة واحدة

2 $1.5\times10^{-3} - 5.42\times10^{-3}$=-----

$= (1.5- 5.42)\times10^{-3}$

اخراج عامل مشترك 10^{-3}

$=-3.92\times10^{-3}$

3 $5.2\times10^3 + 0.61\times10^5$=----

$= 5.2\times10^3 + 61\times10^3$

نساوي أس 10 بتحريك

$= (5.2 + 61) \times 10^3$

$= 66.2 \times 10^3$

$= 6.62 \times 10^4$

الفارزة مرتبتين الى اليمين

4 $2.4\times10^{-6} + 0.21\times10^{-4}$=-----

$=2.4 \times 10^{-6} + 21 \times 10^{-6}$

$=(2.4 +21)\times 10^{-6}$

$=23.4 \times 10^{-6} = 2.34 \times 10^{-5}$

5 $7.6\times10^{-5} - 0.23\times10^{-4}$=-------

$=7.6\times10^{-5} - 2.3\times10^{-5}$

$= (7.6-2.3)\times10^{-5}$

$=5.3\times10^{-5}$

6 $7.4\times10^{-2} + 0.176\times10^{2}$=----

$= 0.074 + 17.6$

$= 17.674 = 1.7674 \times 10^1$

7 $(9.9\times10^{-2})(81.8\times10^{-2})$=-----

احصر الكسور العشرية بين قوسين

$= (9.9\times81.8)(10^2\times10^{-2})$ بسط

$= 809.82\times10^0$ حرك الفارزة مرتبتين

$= 8.0982\times10^2$ الى اليسار

8 $(5.3\times10^4)(7.2\times10^{-9})$=-----

$=(5.3\times7.2)(10^4\times10^{-9})=$

$= 38.16\times10^{-5}$

$= 3.816 \times 10^{-4}$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

9 $\frac{2}{5} - \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{-8}} - \frac{3}{\sqrt{25}} =$ --------

نجد الجذر التربيعي والتكعيبي للجذور ثم نبسط

$= \frac{2}{5} - \frac{6}{-2} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{1} - \frac{3}{5}$

$= \frac{2 + 15 - 3}{5} = \frac{14}{3}$

10 $\frac{1}{14}\left(\frac{|-11|}{2} - \frac{\sqrt[3]{-64}}{3}\right) - 4 =$ -----

نجد القيمة المطلقة والجذر التكعيبي

$= \frac{1}{14}\left(\frac{11}{2} - \frac{-4}{3}\right) - \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{14}\left(\frac{33 + 8}{6}\right) - \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{14} \times \frac{41}{6} - \frac{1}{4}$

$= \frac{41 - 16}{64 - 4} = \frac{25}{64}$

11 $\frac{\sqrt[3]{-216}}{7} \times \frac{|-21|}{12} + \frac{-5}{16} =$ --------

$= \frac{-6}{7} \times \frac{21}{12} - \frac{5}{16}$

$= \frac{-3}{2} - \frac{5}{16} = \frac{-24 - 5}{16} = \frac{-29}{16}$

12 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{15} \div \frac{6}{|-5|} + \frac{-7}{\sqrt{144}} =$ --------

$= \frac{-3}{15} \div \frac{6}{5} - \frac{-7}{12}$

$= \frac{-3}{15} \times \frac{6}{5} - \frac{7}{12}$

$= -\frac{1}{6} - \frac{7}{12} = \frac{-1-7}{12} = \frac{-9}{12}$

13 $\frac{1}{5^{-2}} \times 5^{-4} \div (-5)^{-3} + 5^{-1} = ...$

$= \frac{5^2}{5^4} \div \frac{1}{-5^3} + \frac{1}{5}$

$= \frac{1}{5^2} \times \frac{-5^3}{1} + \frac{1}{5}$

$= -5 + \frac{1}{5} = \frac{-25 + 1}{5} = \frac{-24}{5}$

14 $(-1)^{-4} - (-9)^0 + \frac{\sqrt{49}}{2^3} \div \frac{7}{-12} = -----$

$= 1 - 1 + \frac{7}{8} \times \frac{-12}{7} = \frac{-3}{2}$

تدرب وحل التمرينات :

15 $2.8 \times 10^5 + 1.2 \times 10^5 = ...$

نستخرج 10^5 عامل مشترك

$=(2.8 + 1.2)\times 10^5 = 4\times 10^5$

16 $3.1 \times 10^{-4} - 4.02 \times 10^{-4} = --------$

$=(3.1 - 4.02) \times 10^{-4}$

$= 0.92\times 10^{-4} = -9.2\times 10^{-5}$

17 $6.4\times 10^2 + 0.73\times 10^4 = -----$

نساوي أس 10 ونخرجه عامل مشترك

$=6.4 \times 10^2 + 73 \times 10^2$

$=(6.4+ 73)\times 10^2$

$=79.4 \times 10^2$ حرك الفارزة

$=7.94 \times 10^3$ مرتبة واحدة الى اليسار

18 $7.2 \times 10^{-5} + 0.95 \times 10^{-3} = ...$

$= 7.2 \times 10^{-5} + 95 \times 10^{-5}$

$= (7.2 + 95) \times 10^{-5}$ نساوي أس 10

اخراج 10^{-5} عامل مشترك

$= 102.2 \times 10^{-5} = 1.022 \times 10^{-3}$

19 $4.6\times 10^{-3} - 0.56\times 10^{-5} = --------$

$= 4.6\times 10^{-3} - 0.0056\times 10^{-3}$

$= (4.6 - 0.0056)\times 10^{-3}$

$= 4.5944\times 10^{-3}$

20 $9.1\times 10^{-4} + 0.53\times 10^{3} = ----$

في هذه الحالة نقسم على 10^4 ونضرب × 10^3

$= \frac{9.1}{10^4} + 0.53\times 1000$

$= \frac{9.1}{10000} + 530$

$= 0.00091 + 530$

$= 530.00091$

$= 5.3000091\times 10^2$

21 $(8.2\times 10^{-6})\ (9.6\times 10^{2}) = -------$

$=(8.2 \times 9.6)\ (10^{-6}\times 10^{2})$

$= 78.72\times 10^{-4} = 7.872\times 10^{-3}$

22 $(7.7\times 10^{3})\ (2.7\times 10^{-8}) = ...$

$=(7.7 \times 2.7)\ (10^{3}\times 10^{-8})$

$= 20.79 \times 10^{-5} = 2.079 \times 10^{-4}$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

23 $\frac{1}{7} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{-27}} - \frac{-6}{\sqrt{49}} = --------$

$= \frac{1}{7} - \frac{8}{-3} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{8}{3} + \frac{6}{7}$

$= \frac{3 + 56 + 18}{21} = \frac{77}{21}$

24 $\frac{-2}{17}\left(\frac{|-8|}{|-15|} - \frac{\sqrt[3]{-125}}{3}\right) + \frac{-2}{5} = ...$

$= \frac{-2}{17}\left(\frac{8}{15} - \frac{-5}{3}\right) - \frac{2}{5}$

$= \frac{-2}{17}\left(\frac{8 + 25}{15}\right) - \frac{2}{5}$

$= \frac{-2}{17}\times\frac{33}{15} - \frac{2}{5} = \frac{-66}{255} - \frac{2}{5}$

$= \frac{-66}{255} - \frac{2}{5}$

$= \frac{-66 - 102}{255} = \frac{-168}{255}$

25 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{4} \times \frac{|-8|}{9} + \frac{5}{14} \div \frac{-15}{\sqrt{49}} = ...$

$= \left(\frac{-3}{4} \times \frac{8}{9}\right) + \left(\frac{5}{14} \div \frac{-15}{7}\right)$

$= \frac{-2}{3} + \left(\frac{5}{14} \times \frac{7}{-15}\right)$

$= \frac{-2}{3} + \frac{-1}{6} = \frac{-4-1}{6} = \frac{-5}{6}$

26 $\frac{\sqrt[3]{-8}}{6} \div \frac{6}{|-12|} - \frac{3}{20} \times \frac{-8}{\sqrt{81}} = ...$

$= \left(\frac{-2}{6} \div \frac{5}{12}\right) - \left(\frac{3}{20} \times \frac{-8}{9}\right)$

$= \left(\frac{-2}{6} \times \frac{12}{5}\right) + \left(\frac{3}{20} \times \frac{8}{9}\right)$

$= \frac{-4}{5} + \frac{2}{15} = \frac{-12+2}{15}$

$= \frac{-10}{15} = \frac{-2}{5}$

27 $\frac{1}{7^{-3}} \times 7^{-5} \div (-7)^{-2} + 7^{-1} = -------$

$= \frac{7^3}{7^5} \div \frac{1}{(-7)^{+2}} + \frac{1}{7}$

$= \left(\frac{1}{7^2} \div \frac{1}{7^2}\right) + \frac{1}{7} = 1 + \frac{1}{7}$

$= \frac{7+1}{7} = \frac{8}{7}$

28 $(-1)^{-5} - (-1)^0 + \frac{2^3}{6^2} \div \frac{-5}{18} = ...$

$= \frac{1}{(-1)^{-5}} - 1 + \frac{8}{36} \times \frac{18}{-5}$

$= -1 - 1 + \frac{4}{-5} = -2 - \frac{4}{5}$

$= \frac{-10-4}{5} = \frac{-14}{5}$

تدرب وحل مسائل حياتية :

29 **طحالب**: تنمو الطحالب على سطوح البرك الراكدة والصخور التي على ساحل البركة اذا كانت كتلة الطحالب على الصخرة الاولى 2.6×10^{-4} والصخرة الثانية 1.7×10^{-5} ما مجموع كتلة الطحالب على الصخرتين؟

$1.7 \times 10^{-5} + 2.6 \times 10^{-4}$

$= 0.17 \times 10^{-4} + 2.6 \times 10^{-4}$ تساوي أس 10

$= (0.17 + 2.6) \times 10^{-4}$

واخراج عامل مشترك 10^{-4}

$= 2.77 \times 10^{-4}$ مجموع كتلة الطحالب

30 **الضوء**: تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في سنة واحدة 9.46×10^{12} km كم تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في 4.5×10^3 سنة

$(4.5 \times 10^3)(9.46 \times 10^{12})$

$= (4.9 \times 9.46)(10^3 \times 10^{12})$

$= 42.57 \times 10^5$

$= 4.257 \times 10^{16}$km المسافة

31 **الذرة**: البرتون من مكونات الذرة شحنة كهربائية موجبة تعادل تماما الشحنة التي يحملها الالكترون الا ان الالكترون شحنته سالبة وكتله البرتون تقريبا 1.67×10^{-27} وكتلة الالكترون تقريبا 9.11×10^{-31} ما الفرق بين كتلتيهما؟

$1.67 \times 10^{-27} - 9.11 \times 10^{-31}$

$= 167 \times 10^{-29} - 0.0911 \times 10^{-29}$

نساوي أس 10

$= (167 - 0.0911) \times 10^{-29}$

$= 166.9089 \times 10^{-29}$

نحرك الفارزة مرتبتين الى اليسار

$= 1.669089 \times 10^{-27}$ الفرق بين الكتلتين

فكر

32 **تحد**: بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

i) $\frac{\sqrt[3]{-27}}{3^{-2}} \times \frac{|-3^{-3}|}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-2^{3}}{\sqrt{25}} =$

$= \frac{-3}{3^{-2}} \times \frac{3^{-3}}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-8}{5} =$

$= \bullet -3 \times 3^{2} \times \frac{3^{-4}}{3^{3}} \bullet - \bullet \frac{8}{5} \times \frac{5}{8} \bullet$

$= -3^{-3} - (-1) = -\frac{1}{3} + 1$

$= -\frac{1}{27} + 1 = \frac{-1+27}{27} = \frac{26}{27}$

ii) $\frac{7}{6} \div \sqrt{\frac{49}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} \div \frac{15}{-3} = ...$

$= \frac{7}{16} \div \frac{7}{8} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-3}{15}$

$= \frac{7}{16} \times \frac{8}{7} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-3}{15} = \frac{1}{15}$

33 **أصحح الخطأ** أستعملت سندس الحاسبة وكتبت ناتج المقدار بالصورة العلمية:

$(5.4\times10^{-4})(3.6\times10^{-5}) = 19.44\times10^{-5}$

حدد خطأ سندس وصححه

الجواب/ نأخذ الطرف الايسر

$(5.4\times10^{-4})(3.6\times10^{-5}) =$

$= (5.4\times3.6)(10^{-4}\times10^{-5})$

$= \boxed{19.44\times10^{-9}}$ الصح

خطأ سندس 19.44×10^{-5}

خطأها في أس 10 يجب جمع الاسس

34 **حس عددي :** هل ان العدد $\frac{3.2 \times 10^{-3}}{6.4 \times 10^{-4}}$ يقع في منتصف المسافة من 0 الى 10؟

وضح اجابتك

الحل/ نبسط المقدار

$\frac{3.2\times10^{-3}}{6.4\times10^{-4}} = (3.2 \div 6.4)(10^{-3}\times10^{4})$

∴ العدد يقع بين 10 ,0 في منتصف المسافة

$= 0.5 \times 10 = 5$

أكتب **الناتج على صورة كسر عشري:**

$(-1)^{-4} - (-5)^{0} + \frac{5^{-4}}{5^{-3}} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{0} = ...$

$= \frac{1}{(-1)^{4}} - 1 + 5^{-4+3} \div 1$

$= 1 - 1 + 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0.2$

الدرس السادس /

خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

فكرة الدرس :

* **أستعمال تحديد معقولية الاجابة في حل المسألة..**

واليك المثال التالي للتوضيح

اذا كان *25%* من الرحلات السياحية في لبنان تضمن رحلات بحرية علما ان عدد الرحلات جميعها *580* رحلة. فهل تمثل *145* رحلة تقديرا معقولا ام *160* رحلة؟

أفهم :

ما المعطيات في المسألة :

عدد الرحلات **580** رحلة اما الرحلات البحرية تمثل **25%** رحلة من مجموع الرحلات ما الطلوب في المسألة :

بما ان **25%** اي $\frac{1}{4}$ هي رحلات بحرية فيمكن تقسيم عدد الرحلات **580** على **4** اقسام متساوية

الحل/

نقرب العدد الكلي للرحلات **580** الى اقرب عدد يقبل القسمة على **4** وهو **600**

فان $\frac{1}{4}\times 600=150$ وان **145** قريب جدا من **150** اكثر من **600** لذا فأن من المعقول ان يكون عدد الرحلات البحرية **145** رحلة.

تحقق

جد **25%** من **580** وذلك بأن $\frac{1}{4}\times 580=145$

لذا التقدير هو **145** رحلة.

مسائل : Problems

حل المسائل التالية بأستراتيجية (تحديد معقولية الاجابة)

1 رياضة: يمثل الشكل التالي نسب 3 انواع من النشاطات الرياضية التي يفضلها طلاب الصف الثاني المتوسط وعددهم 260 طالبا ما التقدير المعقول لعدد الطلاب الذين لا يفضلون كرة القدم ؟ هي 52 ,60 ,50 حيث ان 80% كرة قدم، 15% كرة منضدة، 5% كرة سلة.

المعطيات/ 3 أنواع من الانشطة يمارسها طلاب الثاني المتوسط وعددهم 260 طالباً
منهم 80% كرة قدم،ومنهم 15% كرة منضدة، ومنهم 5% كرة سلة .

المطلوب/ عدد الطلاب الذين لا يفضلون كرة القدم.

الحل/ نأخذ أعلى نسبة من الطلاب
80% يفضلون لعبة كرة قدم

وهي تمثل $\frac{80}{100}\times 260=208$

ثم نطرح $260 - 208 = 52$

عدد الطلاب الذين لا يفضلون كرة القدم
والتحقق من ذلك نجمع النسبتين 5% و 15%
الذين لا يرغبون كرة القدم $15\% + 5\% = 20\%$

∴ الحل الصحيح هو التقدير

$\frac{20}{100}\times 260=52$ طالبا

2 توفير: توفر زينب 10^5 دينار كل 6 أشهر، ما المبلغ الذي توفره زينب خلال 6^2 أشهر ايكون التقدير المنطقي 6^{10} , 6^7

المعطيات/ مقدار ما توفره زينب 10^5 دينار كل 6 أشهر

المطلوب/ ما المبلغ الذي توفره زينب خلال 6^2 أشهر. أهو 6^{10} أم 6^7

الحل نخطط للحل اولا 10^5 تمثل توفيره لمدة 6أشهر.
لذلك نقسم المبلغ 10^5 على 6 أشهر لنجد ما توفره في الشهر الواحد.

ما توفره زينب في الشهر الواحد

$10^5 \div 6 =16666.66$ دينار

∴ ما توفره زينب خلال 6^2 تقريبا

$16666.66 \times 6^2 = 16666.66 \times 36 = 60466.76$

وبما ان $279936 = 6^7$ فهي بعيدة عن مبلغ التوفير في 6^2 أشهر لذلك 6^{10} مقدار ما توفره زينب في 6^2 أشهر.

التحقيق/ وهو مقدار ما توفره زينب 6^2 أشهر

$6^{10} = 60466176$ دينار

3 مدرسة: باع حانوت مدرسة 150 قطعة حلوى ثمن كل منها 1500 دينار. اذا كانت حصة المدرسة 25% من مبيعات الحانوت فهل حصة المدرسة 2000000 دينار؟

المعطيات/ لدينا 150 قطعة حلوى سعر كل منها 1500 دينار و حصة المدرسة 25% منها

المطلوب/
هل حصة المدرسة من المبيعات 2000000 دينار؟

الحل/ نخطط للحل وذلك بأيجاد سعر 150 قطعة ثم نجد حصة 25%

ثمن المبيعات $150\times 1599 = 225000$ دينار

25% تمثل $\frac{1}{4}$ المبيعات يعني نقسم مبلغ المبيعات على 4 و هذه هي حصة المدرسة

$225000 \div 4 = 56250$ دينار

لذلك حصة المدرسة المذكورة 2000000 دينار بعيدة عن هذه الحصة $\frac{1}{4}$ أو 25% من المبيعات.

والتحقق من ذلك حيث حصة المدرسة $\frac{1}{4} = 25\%$

$\frac{1}{4}\times 225000 = 56250$

4 تعليم: يمثل الجدول التالي نجاح الطلاب بـ 3 مواد وكان العدد الكلي للطلاب 160 طالب، ما التقدير المعقول لعدد الطلاب الناجحين في مادة الرياضيات؟ أهو 130 أم 128.

رياضيات	علوم	انكليزي
80%	70%	66%

المعطيات/ الجدول

المطلوب/ التقدير المعقول لعدد الطلاب الناجحين في مادة الرياضيات.

الحل/ لدينا ثلاث نسب 60% , 70% , 80%

بالامكان ضرب كل نسبة في العدد الكلي للطلاب ونجد عددهم بالتقدير المعقول

الطلاب الناجحين في الانكليزي $\frac{60}{100}\times 160 = 96$

الطلاب الناجحين في العلوم $\frac{70}{100}\times 160 = 112$

الطلاب الناجحين في الرياضيات $\frac{80}{100}\times 160 = 128$

∴ التقدير المعقول لعدد الطلاب الناجحين هو 128 طالبا

مراجعة الفصل الاول

Chapter One Review

المفردات تحفظ من الكتاب ص 28 لانها مهمة جدا في الدراسات العليا:

الدرس الاول /

ترتيب العمليات على الاعداد النسبية

مثال (1) إستعمل جمع الاعداد النسبية وطرحها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

$$\frac{1}{2}-\frac{8}{12}-\frac{12}{72}=\frac{1}{2}-\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$$
$$=\frac{1\times3-2\times2-1}{6}=\frac{-2}{6}=\frac{-1}{3}$$

تدريب (1) إستعمل جمع الاعداد النسبية وطرحها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

i) $\left(\frac{7}{3}+1\frac{1}{5}\right)-\frac{9}{15}=\frac{7}{3}+\frac{6}{5}-\frac{9}{15}$

$$=\frac{35+18}{15}-\frac{9}{15}=\frac{53-9}{15}=\frac{144}{15}$$

ii) $(5.17-1.8)-4.7$

$3.37-4.7=-1.33$

مثال (2) إستعمل ضرب الاعداد النسبية وقسمتها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

$$-3\frac{1}{2}\times4\frac{2}{3}\div8\frac{1}{6}=\frac{7}{2}\times\frac{14}{3}\div\frac{49}{6}$$
$$=\frac{-7\times14}{2\times3}\times\frac{6}{49}=\frac{-98}{6}\times\frac{6}{49}=-2$$

تدريب (2) إستعمل ضرب الاعداد النسبية وقسمتها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة

$$\left(\frac{54}{10}\quad\frac{-1}{5}\right)\times\frac{-7}{8}=\left(\frac{54}{10}\times\frac{5}{-1}\right)\times\frac{-7}{8}=\frac{189}{8}$$

الدرس الثاني /

القوى (الاسس) السالبة والصورة العلمية للعدد

مثال (1) احسب الاسس السالبة لكل مما يأتي:

i) $-7^{2}=-\frac{1}{7^2}=-\frac{1}{49}$

ii) $(-3)^{-3}=\frac{1}{(-3)^3}=\frac{1}{-27}=-\frac{1}{27}$

تدريب (1) احسب الاسس السالبة لكل مما يأتي:

i) $-5^{3}=-\frac{1}{5^3}=-\frac{1}{125}$

ii) $(-9)^{-2}=-\frac{1}{(-9)^2}=\frac{1}{81}$

مثال (2) اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية

i) $2.6\times10^4=2.6\times10000=26000$

ii) $1.03\times10^5=103000$

تدريب (2) اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية

i) $4.1\times10^3=4.1\times1000=4100$

ii) $7.02\times10^6=7020000$

مثال (3) اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية

i) $63100=6.31\times10^4$

ii) $789000=7.89\times10^5$

تدريب (3) اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية

i) $806000=8.06\times10^5$

ii) $1140000=1.14\times10^6$

الدرس الثالث /

خصاص القوى (الاسس)

مثال (1) اضرب واكتب ناتج الضرب بوصفة قوة واحدة

i) $2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-1} = 2^{3-5-1} = 2^{-3}$

ii) $(-7)^5 \times 3^{-4} \times 21^3 =$

$= -7^5 \times 3^{-4} \times 3^3 \times 7^3$

$= 7^8 \times 3^{-1}$

تدريب (1) اضرب واكتب ناتج الضرب بوصفة قوة واحدة

i) $7^4 \times 7^{-6} \times 7^0 = 7^{4-6+0} = 7^{-2}$

ii) $(-3)^6 \times 5^{-2} \times 15^4 =$

$= 3^6 \times 5^{-2} \times 3^4 \times 5^4 = 3^{10} \times 5^2$

مثال (2)

أقسم واكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة

i) $\frac{9^2}{9^5} = 9^{2-5} = 9^{-3}$

ii) $\frac{(-16)^2}{(-8)^3} = \frac{(-2^4)^2}{(-2^3)^3}$

$= \frac{-2^8}{2^9} = -2^{8-9} = -2^{-1}$

تدريب (2)

أقسم واكتب ناتج القسمة بوصفه قوة واحدة

i) $\frac{5^6}{5^{-3}} = 5^6 \times 5^3 = 5^{6+3} = 5^9$

رفعنا الاس السالب في المقام الى البسط

تتحول الى أي موجب

ii) $\frac{(-27)^3}{(-9)^2} = \frac{(-3^3)^3}{(-3^2)^2} = \frac{-3^9}{3^4}$

$= 3^9 \times 3^{-4} = -3^{9-4} = -3^5$

الدرس الرابع /

الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد

(استعمال الحاسبة)

مثال (1) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الجمع او الطرح على صورة كسر عشري

$\frac{3}{5} - \frac{7}{12} = \frac{3\times12 - 7\times5}{60}$

$= \frac{36 - 35}{60} = \frac{1}{60}$

$= 0.01666 = 0.01\overline{6}$

تدريب (1) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الجمع او الطرح على صورة كسر عشري

$\frac{5}{6} - \frac{6}{9} = \frac{5\times6 - 6\times4}{36} = \frac{30-24}{36} = \frac{6}{36}$

$= \frac{1}{6} = 0.1666 = 0.1\overline{6}$

مثال (2) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب بالصورة العلمية

$(5.3\times10^6)(4.7\times10^{-3})$

$=(5.3\times4.7)(10^6\times10^{-3})$

$= 24.91\times10^{6-3}$

$= 24.91\times10^3 = 2.491\times10^4$

تدريب (2) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب بالصورة العلمية

$(7.1\times10^5)(3.8\times10^{-2}) =$

$=(7.1\times3.8)(10^5\times10^{-2})$

$= 26.98\times10^3 = 2.698\times10^4$

الدرس الخامس /

تبسيط الجمل العددية الكسرية

مثال (1) بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة

$$\frac{2}{5}-\frac{\sqrt{25}}{2}-\frac{-7}{\sqrt{16}}=\frac{2}{5}-\frac{5}{2}+\frac{7}{4}$$

$$=\frac{2\times4-5\times10+7\times5}{20}=\frac{-7}{20}$$

تدريب (1) بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة

$$\frac{1}{2}\left(\frac{|-8|}{5}-\frac{\sqrt[3]{125}}{-2}\right)-\frac{1}{20}=$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{8}{5}-\frac{5}{-2}\right)-\frac{1}{20}=\frac{1}{2}\left(\frac{16+25}{10}\right)-\frac{1}{20}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{41}{10}-\frac{1}{20}=\frac{41}{20}-\frac{1}{20}=\frac{40}{20}=2$$

مثال (2) بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية

$$4.06\times10^{5}-7.23\times10^{4}$$

$$=4.06\times10^{5}-0.723\times10^{5}$$

$$=(4.06-0.723)\times10^{5}$$

$$=3.337\times10^{5}$$

تدريب (2) بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية

$$5.02\times10^{6}-4.32\times10^{4}=$$

$$=5.02\times10^{6}-0.0432\times10^{6}$$

$$=(5.02-0.0432)\times10^{6}$$

$$=4.9768\times10^{6}$$

اختبار الفصل الاول

Chapter Test

استعمل ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

1 $\frac{-8}{22}\times\frac{11}{-4}+\frac{1}{2}\times\frac{11}{4}=$--------

$$=\left(\frac{-8}{22}\times\frac{11}{-4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{11}{4}\right)$$

$$=1+\frac{11}{8}=\frac{19}{8}$$

2 $\frac{9}{2}\div\frac{-22}{25}-\frac{9}{4}\div\frac{-16}{3}=$--------

$$=\left(\frac{9}{2}\div\frac{25}{-22}\right)-\left(\frac{9}{4}\div\frac{3}{-16}\right)$$

$$=-\frac{225}{44}+\frac{27}{64}=\frac{-3600+297}{704}$$

$$=\frac{-3303}{704}$$

3 $\frac{7}{4}-\frac{-5}{12}\times\frac{48}{15}\div\frac{8}{21}=$--------

$$=\frac{7}{4}+\left(\frac{5}{12}\times\frac{48}{15}\right)\times\frac{21}{8}$$

$$=\frac{7}{4}+\frac{7}{2}=\frac{7+14}{4}=\frac{21}{4}$$

4 $6.03\times1.5-4.03\times0.9=$--------

$$=(6.03\times1.5)-(4.03\times0.9)$$

$$=9.045-3.627=5.418$$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلا مما يأتي:

5 $\frac{1}{3}+3^{-2}+(-1)^{-4}\times\frac{1}{6}=$--------

$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^{2}}+\frac{1}{(-1)^{4}}\times\frac{1}{6}$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{6}$$

$$=\frac{6+2+3}{18}=\frac{11}{18}$$

6. $(-3)^{-3}-(8)^{0}+1^{3}+\frac{1}{9}=$ ......

$=\frac{1}{(-3)^{3}}+1+1+\frac{1}{9}$

$=-\frac{1}{27}+\frac{1}{9}=\frac{-1+3}{27}$

$=\frac{2}{27}$

7. $4^{-2}-2^{4}-(-5)^{2}-\frac{1}{5}=$ ......

$=\frac{1}{4^{2}}-16-25-\frac{1}{5}$

$=\frac{1}{16}-\frac{41}{1}-\frac{1}{5}$

$=\frac{5-3280-16}{480}=\frac{-3291}{80}$

8. $(-4)^{0}-(-6)^{-2}+1^{-4}-\frac{1}{6}=$ ......

$=1-\frac{1}{(-6)^{2}}+1-\frac{1}{6}$

$=1-\frac{1}{36}+1-\frac{1}{6}$

$=2-\frac{1}{36}-\frac{1}{6}$

$=\frac{72-1-6}{36}=\frac{65}{36}$

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

9. $3.4\times10^{4}=34000$

10. $2.14\times10^{-5}=0.0000214$

11. $8.05\times10^{-6}=0.00000805$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية

12. $720000=7.2\times10^{5}$

13. $0.00012=1.2\times10^{-4}$

14. $0.0000066=6.6\times10^{-6}$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة:

15. $5^{-6}\times5^{2}=5^{-6+2}\times5^{-4}$

16. $(-1)^{-4}\times1^{-3}$

$=\frac{1}{(-1)^{4}}\times\frac{1}{1^{3}}=1\times1=1$

17. $9^{-5}\times(\frac{1}{3})^{5}=$

$=(3^{2})^{-5}\times(3^{-1})^{5}$

$=3^{-10}\times3^{-5}$

$=3^{-10-5}=3^{-15}$

18. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{6}$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1-3+6}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=2^{-2}$

19. $12^{-3}\times(-3)^{4}\times(3)^{5}$

$=(2^{2}\times3)^{-3}\times3^{4}\times3^{5}$

$=2^{-6}\times3^{-3}\times3^{4}\times3^{5}$

$=12^{-6}\times3^{-3+4+5}=2^{-6}\times3^{6}$

بسط واكتب الناتج بوصفة قوة واحدة:

20. $\frac{5^{-4}}{5^{-9}}=5^{-4}\times5^{-9}=5^{-13}$

21. $(7^{-3})^{-2}=7^{-3\times(-2)}=7^{6}$

22. $\frac{50\times5^{-6}}{5^{3}\times8}=\frac{5^{2}\times2\times5^{-6}}{5^{3}\times2^{3}}$

$=\frac{5^{2+(-6)-3}}{2^{3-1}}=\frac{1}{2^{2}\times5^{7}}$

23. $\frac{(-3)^{4}\times3^{3}\times(-9)^{5}}{3^{-6}\times(-3^{4})^{3}}$

$=\frac{3^{4}\times3^{3}\times(-3^{2})^{5}}{5^{-6}\times(-3^{12})}$

$=\frac{3^{7}\times3^{10}}{-3^{-6}\times3^{12}}=\frac{3^{17}}{-3^{6}}=3^{17-6}=3^{11}$

24 $\frac{(-3)^4\times 3^3\times(-9)^5}{3^{-6}\times(-3^4)^3}$

$=\frac{(-8)^3\times 2^{-2}\times(-4^{-2})}{2^{-7}\times(2^3)^3}$

$=\frac{(-2^3)^3\times 2^{-2}\left((-2^2)^{-2}\right)}{2^{-7}\times 2^9}$

$=\frac{+2^9\times 2^2\times 2^{-4}}{2^{-7}\times 2^9}$

$=2^{9+(-2)+(-4)-(-7)-9}$

$=2^{9-2-4+7-9}=2^3$

أستعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسر عشري:

25 $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{2+3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=0.5$

26 $\frac{2}{3}-\frac{5}{6}=\frac{4-5}{6}=\frac{-1}{6}$

$=0.1666----=0.1\overline{6}$

27 $\frac{2}{7}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{12-21+28}{42}$

$=\frac{19}{42}=0.452$

28 $\frac{1}{6}\times\frac{48}{3}=\frac{8}{3}=2.666\ .....=2.\overline{6}$

29 $\frac{2}{-7}\div\frac{18}{35}=\frac{2}{-7}\times\frac{35}{18}$

$=-\frac{5}{9}=-0.555\ ....=-0.\overline{5}$

30 $\frac{3}{5}\times\frac{7}{15}\div\frac{14}{35}=\left(\frac{3}{5}\times\frac{7}{15}\right)\times\frac{35}{14}$

$=\frac{3\times 7}{5\times 15}\times\frac{35}{14}=\frac{7}{10}=0.7$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

31 $(3.5\times10^{-6})(8.1\times10^{-3})$

$=(3.5\times8.1)(10^{-6}\times10^{-3})$

$=28.35\times10^{-9}$

$=2.835\times10^{-8}$

32 $\frac{7.29\times10^{7}}{0.09\times10^{3}}$

$=(7.29\div0.09)(10^{7}\times10^{3})$

$=81\times10^{4}$

$=8.1\times10^{5}$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية وأكتب الناتج بأبسط صورة:

33 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{5}\times\frac{|-35|}{9}+\frac{2}{28}\times\frac{-7}{\sqrt[3]{8}}=$

$=\left(\frac{-3}{5}\times\frac{35^{7}}{9_{3}}\right)+\left(\frac{2}{28_{4}}\times\frac{-7^{-1}}{2}\right)$

$=\frac{-7}{3}+\frac{-1}{4}=\frac{-28-3}{12}=\frac{-31}{12}$

34 $\frac{6}{\sqrt{49}}\div\frac{|-54|}{7}-\frac{\sqrt[3]{-25}}{3}\times\frac{-15}{6}=......$

$=\left(\frac{6}{7}\div\frac{54}{7}\right)-\left(\frac{-5}{3}\times\frac{-15^{-5}}{6}\right)$

$=\left(\frac{6}{7}\times\frac{7}{54}\right)-\frac{25}{6}$

$=\frac{1}{9}-\frac{25}{6}$

$=\frac{2-75}{18}=\frac{-37}{18}$

الفصل الثاني

The Real Numbers الاعداد الحقيقية

الاختبار القبلي Pretest

استعمل جمع وطرح الاعداد المسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة :

1 $\frac{1}{3}-\frac{2}{5}+\frac{4}{2}=$......

$=\frac{1\times10-2\times6+4\times15}{30}$

$=\frac{58}{30}=\frac{29}{15}$

2 $3\frac{1}{2}+1\frac{2}{4}-\frac{7}{2}=$......

$=\frac{7}{2}+\frac{6}{4}-\frac{7}{2}$

$=\frac{6}{4}=1\frac{1}{2}$

3 $\frac{2}{7}-2\frac{1}{6}-\frac{5}{12}=$......

$=\frac{2}{7}-\frac{13}{6}-\frac{5}{12}$

$=\frac{2\times12-13\times14-5\times7}{84}$

$=\frac{24-182-35}{84}=\frac{193}{84}$

4 $3.12-3.7+1.5=$......

$=(3.12-3.07)+1.5$

$=0.05+1.5=1.55$

5 $0.14+0.92-0.76$

$=(0.14+0.92)-0.76$

$=1.06-0.76=0.3$

6 $5.12-0.37-6.96=$______

$=(5.12-0.37)-6.96$

$=4.75-6.96=-2.21$

7 $2\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\div1\frac{1}{4}$

$=\left(\frac{9}{4}\times\frac{7}{2}\right)\div\frac{5}{4}=\frac{63}{8}\times\frac{4}{5}=\frac{63}{10}$

8 $\frac{22}{4}\div\frac{-11}{15}\times\frac{-1}{3}$

$=\left(\frac{22}{4}\div\frac{15}{-11}\right)\times\frac{1}{3}=-6\times\frac{-1}{3}=+2$

9 $2.5\times4.05\div(-1.2)$

$=(2.5\times4.05)\div(-1.2)$

$=10.125\div(-1.2)=-8.4375$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كل مما يأتي:

10 $\frac{1}{5}+5^{-2}-(-5)^{-3}$

$=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}-\frac{1}{(-5)^3}$

$=\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}$

$=\frac{25+5+1}{125}=\frac{31}{125}$

11 $3^{-3}-(-3)^0-3^{-2}$

$=\frac{1}{3^3}-1-\frac{1}{3^2}=\frac{1}{27}-1-\frac{1}{9}$

$=\frac{1-27-3}{27}=\frac{-29}{27}$

12 $-2^{-2}+1^3-(-4)^{-2}$

$=\frac{1}{2^2}+1-\frac{1}{(-4)^{-2}}$

$=\frac{1}{4}+1-\frac{1}{16}$

$=\frac{4+16-1}{16}=\frac{19}{16}$

13 $(9)^0-(-4)^2-1^{-5}$

$=1-16-1=-16$

اكتب الاعداد التالية بالصورة الرقمية:

14 $5.3\times10^{3} = 5.3\times1000 = 5300$

15 $2.04\times10^{5} = 2.04\times100000 = 204000$

16 1.17×10^{-4}
$= 1.17\times0.0001 = 0.000117$

17 61.4×10^{-6}
$= 61.4\times0.000001 = 0.0000614$

اكتب الاعداد التالية بالصورة العلمية:

18 $65300 = 6.53\times10^{4}$

19 $108000 = 1.08\times10^{5}$

20 $0.0043 = 4.3\times10^{-3}$

21 $0.000276 = 2.76\times10^{-4}$

بسط واكتب ناتج الضرب والقسمة كقوة واحدة

22 $3^{5}\times3^{2} = 3^{5+2} = 3^{7}$

23 $7^{0}\times7^{-4} = 7^{0+(-4)} = 7^{-4}$

24 $6^{-1}\times6^{-5} = 6^{-1+(-5)} = 6^{-7}$

25 $\frac{5^{4}}{5^{7}} = 5^{4}\times5^{-7} = 5^{4-7} = 5^{-3}$

26 $\frac{2^{-4}}{8} = \frac{2^{-4}}{2^{3}} = 2^{-4}\times2^{-4}\times2^{-3} = 2^{-7}$

27 $\frac{6\times3^{-3}}{2^{5}\times3} = \frac{(2\times3)\times3^{-3}}{2^{5}\times3}$
$=2\times3^{1}\times3^{-3}\times2^{-5}\times3^{-1}$
$= 2^{-4}\times3^{-3}$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع والطرح على صورة كسر عشري:

28 $\frac{1}{4}-\frac{5}{2} = \frac{1-10}{4} = \frac{-9}{4} = -2.25$

29 $\frac{1}{5}+\frac{2}{3} = \frac{3+10}{15} = \frac{13}{15}$
$= 0.8666....=0.8\overline{6}$

30 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{13}{6} = \frac{3+2-13}{6} = \frac{-8}{6}$
$= -1.333...=-1.\overline{3}$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

31 $\frac{2}{7}\times\frac{28}{6} = \frac{2\times28}{7\times6} = \frac{4}{3}$
$= 1.333...=1.\overline{3}$

32 $\frac{7}{3}\div\frac{56}{-21} =$
$\frac{7}{3}\times\frac{-21}{56} = \frac{-7}{8} = -0.875$

33 $\frac{15}{9}\times\frac{81}{60}\div\frac{27}{8}$
$=\left(\frac{15}{9}\times\frac{81}{60}\right)\div\frac{27}{8} = \frac{9}{4}\times\frac{8}{27}$
$= 0.666....=0.\overline{6}$

اكتب مثالا واحدا لكل خاصية من الخواص الاتية:

34 لكل a,b,c اذا كان $a\leq c$ فأن $a+b\leq b+c$

$3\leq5$ وأن $c=2$ فأن $3+2\leq5+2$

$5\leq7$

35 لكل $a,b,c\in Q$ اذا كان $a\leq0$ فأن $ac<bc$

اذا كان $5>2$ وأن $c=3$ فأن $5\times(-3)<2\times(-3)$

$-15<-6$

36 لكل $a,b,c\in Q$ اذا كان $a\geq b$ فأن $\frac{a}{b}\leq\frac{b}{c}$

اذا كان $5>2$ وأن $c=-1$ فأن $\frac{5}{-1}\leq\frac{2}{-1}$

$-15\leq-2$

الدرس الاول /

مفهوم الاعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الاعداد:

فكرة الدرس :

- التعرف على مفهوم الاعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الاعداد ومقارنتها وترتيبها.
- المفردات التي نستعملها :العدد النسبي العدد غير النسبي ، العدد الحقيقي.

واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم :

رسم أحمد لوحة فنية تمثل احدى المعالم الاثرية، وفي أعلى مقدمة البناء يظهر المثلث القائم الزاوية واطوال الضلعين القائمين في اللوحة هو 3m , 2m جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا؟

2-1 مفهوم الاعداد الحقيقية

Concept of Real Numbers

تعرفنا سابقا الى الاعداد النسبية والتي يمكن كتابتها على شكل كسر او عدد (كسر) عشري منته او عدد عشري دوري

مثال/ $4.5 = 4\frac{1}{2}$ ، $2\frac{5}{3} = \frac{11}{3}$ ، $\frac{4}{3} = 1.\bar{3}$.

اما الاعداد غير النسبية فتكتب بوصفها اعداد عشرية غير منتهية وغير دورية، وان كل عدد طبيعي لا يكتب على شكل مربع كامل، يكون جذره التربيعي عدد غير نسبي. مثال على ذلك $\sqrt{3} \approx 1.7320508$ ، $\sqrt{5} \approx 2.2360679$ وكذلك العدد غير النسبي لا يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ اذ ان $b \neq 0$ ومجموعة الاعداد الحقيقية نرمز لها (R) تتألف من اتحاد مجموعة الاعداد النسبية Q ومجموعة الاعداد النسبية والتي نرمز لها (H) لذلك $R = Q \cup H$ أي ان مجموعة الاعداد الحقيقية هي كل الاعداد الطبيعية والصحيحة والكسور والجذور.

مثال (1) جد طول الوتر، وبين أهو نسبي أم لا؟

نفرض ان طول الوتر هو المتغير x وبتطبيق نظرية فيثاغورس فأن :

$x^2 = 2^2 + 3^3$

$x^2 = 4 + 9$

$x^2 = B$

$x = \sqrt{13}$

وبأستعمال الحاسبة فأن

$x = \sqrt{13} \approx 3.5055512$

نلاحظ ان قيمة الجذر التربيعي للعدد *13* هو عدد عشري غير دوري لذا هو عدد غير نسبي وعليه يسمى (عدد حقيقي).

مثال (2) صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي:

i) $\sqrt{9} = 3$ عدد صحيح نسبي ، عدد حقيقي

ii) $\sqrt{8} \approx 2.828$ عدد غير نسبي ، عدد حقيقي

iii) $\frac{0}{5} = 0$ عدد صحيح ، عدد نسبي ، عدد حقيقي

iv) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ عدد نسبي ، عدد حقيقي

v) $\sqrt{-17}$ عدد غير حقيقي

ملاحظة/ الجذر التربيعي للعدد السالب غير حقيقي

vi) $\frac{4}{0}$ غير معرف، لذا فهو ليس عددا

vii) $\sqrt{\frac{16}{5}} \approx 2.23606...$ عدد حقيقي عدد غير نسبي

ix) $-3\frac{2}{3} = -3.4$ عدد حقيقي عدد نسبي

x) $-\sqrt{2} \approx -1.414213$ عدد حقيقي عدد غير نسبي

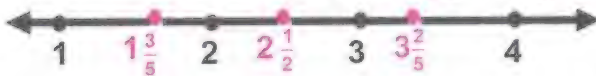
2-2 تمثيل الاعداد الحقيقية

*** تمثيل الاعداد الحقيقية على مستقيم الاعداد:**

Represent Real Numbers on Number Line:-

تتمتع الاعداد الحقيقية بخاصية الكثافة وهي أن بين اي عددين حقيقيين يوجد عدد حقيقي آخر، ولا تنطبق هذه الخاصية على مجموعة الاعداد الطبيعية او الصحيحة ويمكن تمثيل الاعداد الحقيقية على مستقيم الاعداد ونحتاج الى تقريب الاعداد غير النسبية لاقرب جزء من العشرة (عشر) لتمثيلها على مستقيم الاعداد.

مثال (3) جد عدداً حقيقياً بين العددين $1\frac{3}{5}$, $3\frac{2}{5}$ ومثله على مستقيم الاعداد



اجمع العددين واقسم على 2

$\left(3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5}\right) \div 2$

$= 4\frac{5}{5} \div 2 = 2\frac{1}{2}$

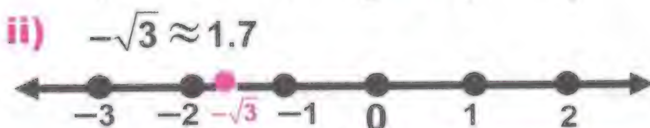
نلاحظ انه يقع بين العددين

مثال (4) قدر الجذور التربيعية التالية لاقرب عشر، ثم مثلها على مستقيم الاعداد:

i) $\sqrt{5} \approx 2.2$



ii) $-\sqrt{3} \approx 1.7$



3-2 مقارنة الاعداد الحقيقية وترتيبها

*** مقارنة الاعداد الحقيقية وترتيبها:**

Coparison Arrangment of Real Numbers

نفس الاسلوب الذي تعلمناه في مقارنة الاعداد النسبية وترتيبها لذلك سوف تقارن الاعداد الحقيقية وترتيبها بعد كتابتها بالصورة العشرية نقرية لأقرب جزء من العشرة (عشر).

مثال (5) قارن بين الاعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (= , < , >)

ملاحظة/ نستخدم الترتيب من اليسار الى اليمين :

< أكبر من ، > أصغر من ، = يساوي

i) $\sqrt{5}\ \boxed{<}\ 2\frac{1}{2}$ ii) $\sqrt{3}\ \boxed{>}\ \sqrt{1.69}$

$\sqrt{5} \approx 2.236....$ $\sqrt{3} \approx 1.732....$

$2\frac{1}{2} = 2.5$ $\sqrt{1.69} = 1.3$

$\sqrt{5} < 2\frac{1}{2}$ $\sqrt{3} > \sqrt{1.69}$

مثال (6) i) رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاصغر الى الاكبر $\sqrt{7},\ \sqrt{11},\ \sqrt{3}$

i) $\sqrt{7} \approx 2.645....$

$\sqrt{11} \approx 3.316..$

$\sqrt{3} \approx 1.732$

الترتيب $\sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$

ii) رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاكبر الى الاصغر $-\sqrt{8},\ -2\frac{1}{2},\ -2.9$

ii) $-\sqrt{8} \approx -2.282...$

$-2\frac{1}{2} = -2.5\ ,\ -2.9$

الترتيب $-2\frac{1}{2}, -\sqrt{8}, -2.9$

تأكد من فهمك:

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي:

1 $\sqrt{16} = 4$ عدد نسبي وعدد حقيقي

2 $\sqrt{11} \approx 3.316$ عدد غير نسبي وعدد حقيقي

3 $\frac{0}{\sqrt{2}} = 0$ عدد نسبي وعدد حقيقي

4 $\sqrt{\frac{9}{25}} \approx \frac{3}{5} = 0.6$ عدد نسبي وعدد حقيقي

5 $\sqrt{-27}$ عدد غير حقيقي

6 $\frac{8}{0}$ ليس بعدد لانه غير معرف

7 $\sqrt{\frac{36}{7}} = \frac{6}{\sqrt{7}} \approx = 2.2677$

عدد غير نسبي وعدد حقيقي

8 $\frac{20}{6} \approx 3.333... = 3.\bar{3}$

عدد نسبي عدد حقيقي (كسر دوري)

9 $-5\frac{3}{2} = -\frac{13}{2} = -6.5$

عدد نسبي، عدد حقيقي

10 $-\sqrt{6} \approx -2.449$

عدد غير نسبي، عدد حقيقي

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لاقرب عشر ثم مثلها على مستقيم الاعداد

11 $\sqrt{7} \approx .... \rightarrow \sqrt{7} \approx 2.645..... = 2.6$



12 $-\sqrt{5} \approx$ ---------

$\rightarrow -\sqrt{5} \approx -2.236..... = -2.2$



13 $\sqrt{\frac{8}{25}} \approx$ ---------

$\rightarrow = \sqrt{\frac{8}{25}} = \frac{\sqrt{8}}{5} \approx 1.264... = 1.3$



قارن بين الاعداد الحقيقية مستعملاً (> , < , =)

14 $\sqrt{3}\boxed{<}3\frac{1}{3}$

$\sqrt{3}\approx 1.732$---------

$3\frac{1}{3}\approx 3.333 \Rightarrow \sqrt{3}<3\frac{1}{3}$

15 $-\sqrt{8}\boxed{<}\sqrt{2.25}$

$-\sqrt{8}\approx -2.828$---------

$\sqrt{2.25}\approx 1.5 \Rightarrow -\sqrt{8}<\sqrt{2.25}$

16 $\frac{0}{\sqrt{2}}\boxed{=}\frac{0}{\sqrt{5}}$

$\frac{0}{\sqrt{2}}=0,\ \frac{0}{\sqrt{5}}=0 \Rightarrow \frac{0}{\sqrt{2}}=\frac{0}{\sqrt{5}}$

17 رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاصغر الى الاكبر $2.236,\ \sqrt{13},\ \sqrt{2}$

$\sqrt{13}\approx 5.408$---------

$\sqrt{2}\approx 1.414$

الترتيب $\sqrt{2}$، $2.236\ ,\ \sqrt{13}$

18 رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاكبر الى الاصغر $-\sqrt{6},\ -3\frac{1}{4},\ -2.21$

$-\sqrt{6}\approx -2.449$---------

$-3\frac{1}{4}\approx -3.25\ ,\ -2.21$

الترتيب $-2.21,\ -\sqrt{6},-3\frac{1}{4}$

تدرب وحل التمرينات :

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي

19 $\sqrt{25}=5$ عدد نسبي، عدد حقيقي

20 $\sqrt{17}\approx 4.1231$ عدد غير نسبي وعدد حقيقي

21 $\frac{0}{-6}=0$ عدد نسبي، عدد حقيقي

22 $\sqrt{\frac{4}{36}}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=0.333=0.\overline{3}$

عدد غير نسبي عدد حقيقي (كسر دوري)

23 $\sqrt{-23}$ عدد غير حقيقي

24 $\frac{13}{0}$ ليس بعدد لانه غير معرف

25 $\sqrt{\frac{49}{5}}=\frac{7}{\sqrt{5}}\approx=3.1304$

غير نسبي، حقيقي

26 $\frac{20}{6}\approx 3.333...=3.\overline{3}$

عددغير نسبي عدد حقيقي (كسر دوري)

27 $-7\frac{4}{5}=-7.8$ عدد نسبي، عدد حقيقي

28 $\sqrt{5.3}=$ ---------

عددغير نسبي عدد حقيقي

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لاقرب عشر ثم مثلها على مستقيم الاعداد

29 $\sqrt{8}\approx .... \Rightarrow \sqrt{8}\approx 2.828.....=2.8$



30 $-\sqrt{2}\approx .... \Rightarrow -\sqrt{2}\approx -1.414=-1.4$



31 $\sqrt{\frac{25}{21}}\approx$ ---------

$\sqrt{\frac{25}{21}}=\frac{5}{\sqrt{21}}\approx 1.091=1.1$



32 $\sqrt{5.3}\approx ....$

$\Rightarrow \sqrt{5.3}\approx 2.302.....=2.3$



قارن بين الاعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (= , < , >)

33 $\sqrt{13}$ [>] $3\frac{1}{5}$

$\sqrt{13} \approx 3.605....,\ 3\frac{1}{5} = 3.2$

$\rightarrow \sqrt{13} > 3\frac{1}{5}$

34 $-\sqrt{12}$ [<] $\sqrt{6.25}$

واضح جدا ان العدد السالب أصغر من العدد الموجب

35 $\frac{0}{\sqrt{5}}$ [=] $\frac{0}{\sqrt{3}}$, $\frac{0}{\sqrt{5}} = 0,\ \frac{0}{\sqrt{3}} = 0$

$\rightarrow \frac{0}{\sqrt{5}} = \frac{0}{\sqrt{3}}$

36 رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاصغر الى الاكبر $1.732,\ \sqrt{15},\ \sqrt{7}$

$\sqrt{15} \approx 3.872....,\sqrt{7} \approx 2.645$

الترتيب $\rightarrow 1.732...\ \sqrt{7}, \sqrt{15}$

37 رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاكبر الى الاصغر $-\sqrt{14},\ -3\frac{1}{5},\ -3.06$

$-\sqrt{14} \approx -3.741....\ ,-3\frac{1}{5} = -3.20,\ -3.06$

الترتيب $\rightarrow -3.06\ ,\ -3\frac{1}{5},\ -\sqrt{14}$

تدرب وحل مسائل حياتية :

38 **ساحة التحرير:** احدى الساحات الرئيسية في وسط بغداد، صممت بشكل دائري محيط 176m وقطرها 56m، بين أيمثل حاصل قسمة محيط الساحة على قطرها عددا نسبيا أم عددا غير نسبي؟

الناتج عدد غير نسبي $176 \div 56 \approx 3.1428$

39 **دلافين:** نزلت ثلاثة دلافين بالاعماق التالية تحت سطح الماء:

$-10\times\sqrt{\frac{36}{144}}m\ ,\ -10\times\sqrt{\frac{1}{8}}m\ ,\ 10\times\sqrt{\frac{9}{25}}m$

رتب اعماق الدلافين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الاقرب الى سطح الماء الى الابعد عمقا وبالاعداد العشرية.

$-10\times\sqrt{\frac{1}{8}} = 10\times\frac{1}{\sqrt{8}}$

$= -10\times 0.353 \approx -3.5\ m$

عمق نزل الثاني

$-10\times\sqrt{\frac{9}{25}} = 10\times\frac{3}{5}$

$= -10 \times 0.6 = -6m$

6 متر نزل الاول عمق

$-10 \times \sqrt{\frac{36}{144}} = 10 \times \frac{6}{12}$

$= -10 \times 0.05 = -5\ m$ عمق نزل الثالث

$-10 \times\sqrt{\frac{1}{8}}\ ,\ -10 \times\sqrt{\frac{36}{144}}\ ,\ 10 \times \sqrt{\frac{9}{25}}$

الاقرب ... الاعمق

ملاحظة/ الترتيب من الاقرب الى الاكثر عمقا (الترتيب من اليسار الى اليمين)

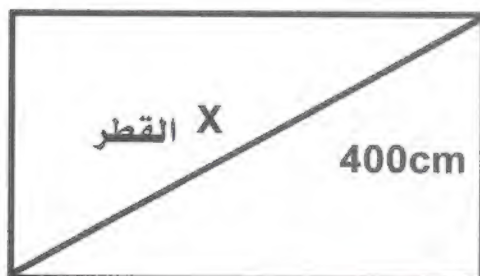
40 **لوحة فنية:** رسمت لوحة فنية على قطعة زجاج مستطيلة الشكل بعداها **400CM, 600CM** جد قطر اللوحة الفنية وأيمثل عددا نسبيا ام عدد غير نسبي؟

نفرض ان قطر اللوحة هو X

$X^2\ (60)^2 + (40)^2 = 3600 + 1600 = 5200$

∴ القطر يمثل عدد غير نسبي

$x=\sqrt{5200} \approx 72.111....m$



فكر

41 **تحد:** تعلمت سابقاً ان محيط الدائرة مقسوماً على قطرها يساوي النسبة الثابتة π وهي عدد غير نسبي، ما قطر الدائرة التي محيطها 120 m؟ وضح اجابتك.

$\pi=\frac{22}{7}$ ، طول القطر $=2r$

محيط الدائرة = طول القطر × النسبة الثابتة

$\frac{22}{7}\times 2r=12 \rightarrow 2r=\frac{12}{22}$

$\rightarrow 2r=\frac{12\times7}{22}=\frac{42}{11}\approx 3.818cm$

42 **أصحح الخطأ:** قالت شيماء ان العدد $\sqrt{\frac{16}{48}}$ يمثل عددا نسبيا في حين $\sqrt{\frac{16}{49}}$ عدد غير نسبي

الحل/ للتحقق من العددين نحدد ايهما نسبي او غير نسبي

$\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{4}{7}\approx 0.5714$ غير نسبي

$\sqrt{\frac{16}{48}}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=0.5773$ غير نسبي

∴ جواب شيماء ان $\sqrt{\frac{16}{48}}$ عددا نسبي خطأ والصحيح غير نسبي.

والثاني $\sqrt{\frac{16}{49}}$ ايضا عدد غير نسبي.

43 **حس عددي:** هل ان العدد $\sqrt{\frac{9}{4}}$ يقع بين العددين $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

$\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}=1.5 , \sqrt{2}\approx 1.414..., \sqrt{3}\approx 1.713$

∴ العدد $\sqrt{\frac{9}{4}}$ يقع بين العددين $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

أكتب

ناتج جمع العددين الحقيقيين بعد تقريبهما لاقرب عشر:

الجمع

$\sqrt{5}+\sqrt{7}\approx 2.236+2.645\approx 4.881=4.9$

الدرس الثاني /

خصائص الاعداد الحقيقية

Properties of Real Numbers

فكرة الدرس :

❖ التعرف على خصائص الاعداد الحقيقية

❖ المفردات التي نستعملها :

خاصية الابدال، التجميع، خاصية التوزيع، العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي.

واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم :

قيمة الجذر $\sqrt{\frac{LW}{3600}}$ تمثل المساحة السطحية لجسم الانسان، اذ ان (L) يمثل طول الانسان بالسنتيمتر، (W) يمثل وزن الجسم بالكيلو غرامات وتستعمل المساحة السطحية لجسم الانسان في حساب جرعات الادوية، جد المساحة السطحية لجسم رجل وزنه 80KG وطوله 170CM.

2-1 خاصية الابدال والتجميع والتوزيع

تعرفنا سابقا الى خواص الاعداد الصحيحة والاعداد النسبية وبنفس الاسلوب سوف نتعرف الى خواص الاعداد الحقيقية وهي: خاصية الابدال وخاصية التجميع وخاصية التوزيع والعنصر المحايد والنظير الجمعي والنظير الضربي ونبدأ بالخواص الثلاثة الاولى منها وهي :

i) $a+b=b+a$,
$ab=ba, \forall a,b\in R$ **خاصية الابدال**

ii) $(a+b)+c=a+(b+c)$,
$a(bc)=(ab)c, \forall a,b,c\in R$
خاصية التجميع

iii) $a(b+c)=ab+ac,$
$\forall a,b,c\in R$ **خاصية التوزيع**

الرمز $\forall$ يعني لكل او مهما يكن/ هذه الخواص سبق ان درستها.

ملاحظة/

عملية الجمع لا تتوزع على عملية الضرب.

مثال (1) جد المساحة السطحية لجسم شخص يزن 80kg وطوله 170cm.

والقانون الذي يمثل المساحة السطحية لجسم الانسان هو $BSA = \sqrt{\frac{LW}{360}}$ اذ ان BSA هي مختصر (Body Surface Area) وهي مساحة سطح الجسم.

والان بالتعويض عن المتغيرات بالقيم المعطاة

$$BSA = \sqrt{\frac{170 \times 80}{360}} \rightarrow$$

اكتب 170 على الشكل 100 + 70

$$BSA = \sqrt{\frac{(100+70)\times 80}{360}}$$

$$= \sqrt{\frac{100\times 80 + 70\times 80}{360}}$$

$$BSA \approx 1.943 cm^2$$

مثال (2)

اكتب مقالاً لكل خاصية من الخواص الاتية:

i) $a+b=b+a$,

$ab = ba, \forall a,b \in R$

$\sqrt{3}+\sqrt{2} = \sqrt{2}+\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{3} \quad R$

$\sqrt{3}+\sqrt{2} = \sqrt{2}+\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{3} \quad R$

ii) $(a+b)+c = a+(b+c)$

$a(bc)=(ab)c, \forall a,b,c \in R$

$\sqrt{3}+\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right) = \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{5}$

$\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5} \quad R$

$\sqrt{3} \quad \left(\sqrt{2}\times\sqrt{5}\right) = \left(\sqrt{3}\times\sqrt{2}\right) \quad \sqrt{5}$

iii) $a(b+c) = ab+ac, \forall a,b,c \in R$

$\sqrt{7}\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right) = \sqrt{7} \quad \sqrt{3} + \sqrt{7} \quad \sqrt{5}$

$\sqrt{7}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \quad R$

2-2 العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي

iv) $a+0=0+a=a, \forall a \in R$

العدد (0) هو المحايد لعملية الجمع (المحايد الجمعي)

$1 \times a = a \times 1 = a, \forall a \in R$

العدد (1) هو المحايد لعملية الضرب (المحايد الضربي)

v) $a+(-a) = (-a)+a = 0$,

$a \neq 1 \quad \forall a \in R$ النظير الجمعي

$a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$

$a \neq 0 \quad \forall a \in R$ النظير الضربي

ملاحظة/

★ لكل عدد حقيقي عدا الصفر يوجد نظير جمعي يعاكسهُ في الاشارة.

★ لكل عد حقيق عدا الصفر يوجد نظير ضربي هو مقلوبهُ

مثال (3)

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الاتية:

iv) $a+0=0+a=a, \quad a \quad R$

$\sqrt{8}+0 = 0+\sqrt{8}, \sqrt{8} \in R$

$1 \times a = a \times 1 = a, \forall a \in R$

$1 \times \sqrt{13} = \sqrt{13} \times 1 = \sqrt{13}, \sqrt{13} \in R$

v) $a+(-a) = (-a)+a = 0, \forall a,-a \in R$

$\sqrt{5}+(-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5})+\sqrt{5} = 0$

$\sqrt{5}, -\sqrt{5} \in R$

vi) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1, \forall a \in R, a \neq 0$

$\sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times 17, \sqrt{17} \in R$

مثال (4)

جد النظير الجمعي للاعداد الحقيقية الاتية:

i) $6\sqrt{5}+2$

$= 6\sqrt{5} + 2 + \quad -6\sqrt{5} - 2$

$= (6\sqrt{5}-6\sqrt{5})+(2-2) = 0$

∴ نظير $6\sqrt{5} + 2$ هو $-6\sqrt{5} - 2$

(النظير الجمعي نفس العدد لكن عكس الاشارة)

ii) $\sqrt{3}-\sqrt{11}$

$\sqrt{3} - \sqrt{11} + \quad -\sqrt{3} + \sqrt{11}$

$= \sqrt{3} - \sqrt{3} + -\sqrt{11} + \sqrt{11} = 0$

∴ نظير $\sqrt{3} - \sqrt{11}$ هو $-\sqrt{3} + \sqrt{11}$

لان نظير $\sqrt{3}$ هو $-\sqrt{3}$ ونظير $-\sqrt{11}$ هو $+\sqrt{11}$

2 $a+(b+c) = (a+b)+c$, $a(bc) = (ab)c$, $a,b,c \in R$

خاصية التجميع

$\sqrt{3}+(\sqrt{5}+1)=(\sqrt{3}+\sqrt{5})+1$

$\sqrt{3},\sqrt{5},1 \in R$

$\sqrt{2}(5\times4)=(\sqrt{2}\times5)\times4$

$\sqrt{2},5,4 \in R$

3 $a(b+c) = ab + ac, \forall a,b,c \in R$

$\sqrt{2}(\sqrt{7}+3)=\sqrt{2}\times\sqrt{7}+\sqrt{2}\times3$

$\sqrt{2},\sqrt{7},3 \in R$ خاصية التوزيع

جد النظير الجمعي للاعداد الحقيقية الاتية:

4 $4\sqrt{2}-1$

$=(4\sqrt{2}-1)+(-4\sqrt{2}+1)$

$=(4\sqrt{2}-4\sqrt{2})(-1+1) = 0$

$=-4\sqrt{2}+1$ هو $4\sqrt{2}$ نظير

∴ نظير $4\sqrt{2}-1$ هو $4\sqrt{2}+1$

5 $\sqrt{5}+\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}+\sqrt{7}+(-\sqrt{5}-\sqrt{7})$

$=(\sqrt{5}-\sqrt{5})+(\sqrt{7}-\sqrt{7})=0$

∴ نظير $\sqrt{5}+\sqrt{7}$ هو $-\sqrt{5}-\sqrt{7}$

6 $-9\sqrt{11}+\frac{1}{3}$

$-9\sqrt{11}+\frac{1}{3}+\left(9\sqrt{11}-\frac{1}{3}\right)$

$=\left(-9\sqrt{11}+9\sqrt{11}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)=0$

∴ نظير $-9\sqrt{11}+\frac{1}{3}$ هو $9\sqrt{11}-\frac{1}{3}$

7 $-5\sqrt{3}+8$

$-5\sqrt{3}+8+(5\sqrt{3}-8)$

$=(-5\sqrt{3}+5\sqrt{3})+(8-8)=0$

∴ نظير $-5\sqrt{3}+8$ هو $5\sqrt{3}-8$

iii) $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}$

$=-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}+\left(+2\sqrt{8}+\frac{1}{2}\right)$

$=-2\sqrt{8}+2\sqrt{8}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)=0$

∴ نظير $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}$ هو $2\sqrt{8}-\frac{1}{2}$.

جد النظير الضربي للاعداد الحقيقية الاتية:

iv) $\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}}\times\sqrt{7}=1$

∴ نظير $\sqrt{\frac{1}{7}}$ هو $\sqrt{7}$

v) $-2\sqrt{3}+3$

$(-2\sqrt{3}+3)\times\frac{1}{(-2\sqrt{3}+3)}=1$

∴ نظير $(-2\sqrt{3}+3)$ هو $\frac{1}{-2\sqrt{3}+3}$

vi) $-6\frac{2}{5}=$ ....

$-6\frac{2}{5}=\frac{-32}{5} \rightarrow \frac{-32}{5}\times\frac{5}{-32}=1$

∴ نظير $-6\frac{2}{5}$ هو $\frac{5}{-32}$

ملاحظة/

النظير الضربي لاي عدد حقيقي عدا الصفر هو مقلوبه

تأكد من فهمك:

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الاتية:

1 $a+b = b+a$, $ab = ba$, $\forall a,b \in R$ خاصية الابدال

$2+\sqrt{3}=\sqrt{3}+2, \sqrt{3},2 \quad R$

$3\times\sqrt{7}=\sqrt{7}\times3, 3,\sqrt{7} \quad R$

خاصية التجميع

8 $\frac{1}{\sqrt{11}}-6$

$=\frac{1}{\sqrt{11}}-6+\left(-\frac{1}{\sqrt{11}}+6\right)$

$=\left(\frac{1}{\sqrt{11}}-\frac{1}{\sqrt{11}}\right)+(-6+6)=0$

∴ نظير $\frac{1}{\sqrt{11}}-6$ هو $-\frac{1}{\sqrt{11}}+6$

9 $-4\frac{2}{3}$ ➔ $-4\frac{2}{3}+4\frac{2}{3}=0$

∴ نظير $-4\frac{2}{3}$ هو $4\frac{2}{3}$

جد النظير الضربي للاعداد الحقيقية الاتية

10 $\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$ ➔ $\frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{5}=1$

∴ نظير $\sqrt{\frac{1}{5}}$ هو $\sqrt{5}$

11 $3\sqrt{7}-7$

$(3\sqrt{7}-7)\times\frac{1}{(3\sqrt{7}-7)}=1$

∴ نظير $(3\sqrt{7}-7)$ هو $\frac{1}{(3\sqrt{7}-7)}$

12 $-11\frac{2}{3}=\frac{-35}{3}$

$\frac{-35}{3}\times\frac{3}{-35}=1$

∴ نظير $-11\frac{2}{3}$ هو $\frac{-35}{3}$

13 $-6\sqrt{\frac{1}{3}}$

$=-6\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{-6}{\sqrt{3}}$

$\frac{-6}{3}\times\frac{3}{-6}=1$

∴ نظير $-6\sqrt{\frac{1}{3}}$ هو $\frac{3}{-6}$

14 $\sqrt{2}-\frac{1}{3}=\frac{3\sqrt{2}-1}{3}$

$\frac{3\sqrt{2}-1}{3}\times\frac{3}{3\sqrt{2}-1}=1$

∴ نظير $\sqrt{2}-\frac{1}{3}$ هو $\frac{3}{3\sqrt{2}-1}$

15 $8\frac{1}{2}-5\frac{5}{2}$

$=8.5-7.5=1$

والنظير الضربي للعدد 1 هو 1

ملاحظة/ عزيزي الطالب في مسائل النظير الجمعي والضربي تلاحظ هناك عمليات جمع وطرح وتركيب اعداد كسرية تبسطها الى ابسط صورة ثم تجد النظير.

تدرب وحل التمرينات :

اكتب مثالا لكل خاصية من الخواص الاتية

16 $a+b=b+a\ ,\ a,b \quad R$

$3+0=0+3=3\ ,3 \quad R$

17 $1\times a=a\times 1=a\ ,\ a \quad R$

$1\times\sqrt{5}=\sqrt{5}\times 1=\sqrt{5}\ ,\sqrt{5} \quad R$

18 $a+(-a)=(-a)+a=0$

$,\ a \quad -a \quad R$

$5+(-5)=(-5)+5=0,\ -5,5 \quad R$

19 $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1 \quad a \quad R, a \quad 0$

$\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{3}=1,\sqrt{3} \quad R$

جد النظير الجمعي للاعداد الحقيقية الاتية

20 $-6\sqrt{13}-5$

$=-6\sqrt{13}-5+(-6\sqrt{13}+5)$

$=(-6\sqrt{13}+6\sqrt{13})+(-5+5)=0$

∴ نظير $-6\sqrt{13}-5$ هو $6\sqrt{13}+5$

21 $-\sqrt{1}-\sqrt{3}$

$= -1-\sqrt{3} + (1+\sqrt{3})$

$=(-1+1)+(-\sqrt{3}+\sqrt{3})=0$

∴ نظير $-\sqrt{1}-\sqrt{3}$ هو $1+\sqrt{3}$

22 $\sqrt{8}-\frac{1}{9} = \sqrt{8}-\frac{1}{9}+\left(-\sqrt{8}-\frac{1}{9}\right)$

$=(\sqrt{8}-\sqrt{8})+\left(-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right)=0$

∴ نظير $\sqrt{8}-\frac{1}{9}$ هو $\sqrt{8}-\frac{1}{9}$

23 $\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{5}{\sqrt{7}}$

$\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{5}{\sqrt{7}}+\left(\frac{-2}{\sqrt{7}}+\frac{5}{\sqrt{7}}\right)$

$=\left(\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{2}{\sqrt{7}}\right)+\left(\frac{-5}{\sqrt{7}}+\frac{5}{\sqrt{7}}\right)=0$

∴ نظير $\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{5}{\sqrt{7}}$ هو $\frac{-2}{\sqrt{7}}+\frac{5}{\sqrt{7}}$

جد النظير الضربي للاعداد الحقيقية الاتية:

24 $-\sqrt{\frac{1}{8}} = -\sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{-1}{\sqrt{8}}\times(-\sqrt{8})=1$

∴ نظير $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ هو $-\sqrt{8}$

25 $-5\sqrt{2}-5$

$(-5\sqrt{2}-5)\times\frac{1}{(-5\sqrt{2}-5)}=1$

∴ نظير $-5\sqrt{2}-5$ هو $\frac{1}{-5\sqrt{2}-5}$

26 $\sqrt{3}-\frac{1}{3}=\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$

$=\frac{3\sqrt{3}-1}{3}\times\frac{3}{3\sqrt{3}-1}=1$

∴ نظير $\sqrt{3}-\frac{1}{3}$ هو $\frac{3}{3\sqrt{3}-1}$

27 $-4\frac{1}{5}-2\frac{3}{5}=\frac{21}{5}-\frac{13}{5}=\frac{-34}{5}$

$\frac{-34}{5}\times\frac{5}{-34}=1$

∴ نظير $\frac{-34}{5}$ هو $\frac{5}{-34}$

قدر النظير اضربي للجذور التربيعية التالية التقريب لاقرب عشر:

28 $-\sqrt{\frac{1}{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\quad -0.4$

$-0.4\times\frac{1}{-0.4}=1$

∴ نظير $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ هو $\frac{1}{-0.4}$

29 $-\sqrt{\frac{1}{7}} = -\frac{1}{\sqrt{7}}$ $\quad -0.4$

$=-0.4\times\frac{1}{-0.4}=1$

∴ نظير $-\sqrt{\frac{1}{7}}$ هو $\frac{1}{-0.4}$

30 $\sqrt{\frac{13}{16}}=\frac{\sqrt{13}}{4}$ $\quad 0.9$

$=0.9\times\frac{1}{0.9}=1$

∴ نظير $\sqrt{\frac{13}{16}}$ هو $\frac{1}{0.9}$

31 $\sqrt{\frac{1}{7.3}}=\frac{1}{\sqrt{7.3}}$ $\quad 0.4$

$=0.4\times\frac{1}{0.4}=1$

∴ نظير $\sqrt{\frac{1}{7.3}}$ هو $\frac{1}{0.4}$

في هذه التمرينات قربنا الجذور التربيعية لاقرب عشر (استخدم الحاسبة)

تدرب وحل مسائل حياتية :

32 شاشة تلفاز: اشترت مروة تلفاز طول شاشته 48 CM وعرضها 36 CM جد النظير الجمعي لقطر الشاشة للتلفاز.

نفرض القطر الشاشة التلفاز هو X ونطبق نظرية فيثاغورس

حسب نظرية فيثاغورس $X^2 = (48)^2 + (36)^2$

$= 2304 + 1296$

$x^2 = 3600 \rightarrow x = \sqrt{3600} = 60cm$

قطر التلفاز

$60 + (-60) = (-60) + 960) = 0,$

∴ النظير الجمعي هو -60

33 غوص: نزل ثلاثة غواصين بالاعماق التالية تحت سطح الماء:

$-18\times\sqrt{\frac{36}{81}}\ m, -24\times\sqrt{\frac{1}{16}}\ m, -30\times\sqrt{\frac{9}{25}}m$

رتب النظير الضربي لاعماق الغواصين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الابعد عمقا الى الاقرب الى سطح الماء.

$-18\times\sqrt{\frac{36}{81}} = 18\times\frac{6}{9} = -12\times\frac{1}{-12} = 1$

$\frac{1}{-12}$ نظير العمق الاول

$-24\times\sqrt{\frac{1}{16}} = -24\times\frac{1}{4} = -6$

$-6\times\frac{1}{-6} = 1$

$\frac{1}{-6}$ نظير العمق الثاني

$-30\times\sqrt{\frac{9}{25}} = 30\times\frac{3}{5} = -18$

$-18\times\frac{1}{-18} = 1$ نظير العمق الثالث $\frac{1}{-18}$

∴ ترتيب النظير الضربي لاعماق الغواصين بالنسبة الى مستوى سطح الماء $-\frac{1}{18}, -\frac{1}{12}, -\frac{1}{6}$

34 سمكة القرش: النظير الضربي لطولي سمكتي قرش $\sqrt{\frac{5.25}{36}}m$, $\sqrt{\frac{2.25}{81}}m$ قارن بين طوليهما الحقيقيين.

∴ طول السمكة الاولى $\frac{6}{2.5} = 2.4$ متر

$\sqrt{\frac{5.25}{36}} = \frac{2.5}{6} \rightarrow \frac{2.5}{6}\times\frac{6}{2.5} = 1$

∴ طول السمكة الثانية $\frac{9}{1.5} = 6$ متر

$\sqrt{\frac{2.25}{81}} = \frac{1.5}{9} \rightarrow \frac{1.5}{9}\times\frac{9}{1.5} = 1$

∴ السمكة الثانية أطول من طول السمكة الاولى

فكر

35 تحد: رتب النظير الجمعي للقيمة التقديرية للجذور التربيعية التالية بالتقريب الى اقرب عشر من الاصغر الى الاكبر: $\sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{7}$

$\sqrt{5}\approx 2.2\quad ,\sqrt{3}\approx 1.7\quad ,\sqrt{7}\approx 2.6$

التقريب الى أقرب عشر

$\sqrt{5} \rightarrow 2.2 + (-2.2) = (-2.2) + 2.2 = 0$

نظير $\sqrt{5}$ التقديري هو -2.2

$\sqrt{3} \rightarrow 1.7 + (-1.7) = (-1.7) + 1.7 = 0$

نظير $\sqrt{3}$ التقديري هو -1.7

$\sqrt{7} \rightarrow 2.6 + (-2.6) = (-2.6) + 2.6 = 0$

نظير $\sqrt{7}$ التقديري هو -2.6

∴ الترتيب للنظير الجمعي من الاصغر الى الاكبر

$-2.6 , -2.2 , -1.7$

36 أصحح الخطأ: قال ياسين ان $\left(-5\sqrt{7}+1\right)$

$\frac{1}{-5\sqrt{7}+1}$ هو النظير الجمعي للعدد

لان $\left(-5\sqrt{7}+1\right)\times\frac{1}{\left(-5\sqrt{7}+1\right)}$

حدد خطأ ياسين وصححه.

الجواب/ جواب ياسين النظير الجمعي خطأ بينما هو النضير الضربي اما النظير الجمعي للعدد $\left(-5\sqrt{7}+1\right)$

هو $\left(5\sqrt{7}-1\right)$ لان $0 = \left(5\sqrt{7}-1\right)+\left(-5\sqrt{7}+1\right)$

37 حس عددي: أيساوي حاصل ضرب أي عدد حقيقي في المقلوب السالب له العدد (1)؟

الجواب/ لا يساوي (1) وانما (-1).

أكتب

الخاصية التي تعبر عن المثال الاتي:

$\sqrt{3}+(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3}) + \sqrt{3} = 0, \sqrt{3}, -\sqrt{3} \in R$

∴ النظير الجمعي للعدد $\sqrt{3}$ هو $-\sqrt{3}$

الدرس الثالث /

تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية

* تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.

* المفردات التي نستعملها : في هذا الدرس تنسيب المقام.

واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم :

العنكبوت هي انثى العنكب وهي التي تبني بيت العنكبوت وتصل عدد الخيوط الى 400 الف خيط وطول الخيط الواحد 20CM رسم بسام لوحة فنية لبيت العنكبوت على لوح زجاجي مستطيل طوله $5\sqrt{18}$ cm ، وعرضه $3\sqrt{2}$ cm ما محيط اللوحة الفنية؟

3-1 تبسيط الجمل العددية

* **تبسيط الجمل باستعمال الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع)**

تعرفنا سابقاً تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد نسبية بأستعمال خواص الاعداد وبالاسلوب نفسه سوف نتعلم تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية بأستعمال الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع) ويمكن استعمال الخواص الاتية:

فكرة الدرس :

i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}, \quad a,b \quad 0$

(يعني الجذور التربيعية للاعداد الحقيقية غير السالبة)

ii) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a} = a \ , \forall a \geq 0$

iii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \ , \forall a \geq 0, b > 0$

مثال (1) جد محيط اللوحة الفنية المستطيلة التي ابعادها $5\sqrt{18}$ cm ، $3\sqrt{2}$ cm التي رسمها بسام.

P محيط المستطيل ، L الطول ، D العرض

الجواب/ $P = 2(L+D) = 2(5\sqrt{18} + 3\sqrt{2})$

استعمل خاصية التوزيع

$= 2\times 5\sqrt{18} + 3\sqrt{2}, \sqrt{9}, \sqrt{2}$

عوض عن $\sqrt{18}$ بما يساويها $\sqrt{9}, \sqrt{2}$

$= 10\sqrt{9} \times \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

وعوض بدله وبسط $\sqrt{9} = 3$

$= 10 \times 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 36\sqrt{2}CM$ محيط اللوحة الفنية

مثال (2) بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع) :

i) $5\sqrt{12} - 7\sqrt{32}$

$= 5\sqrt{3\times 4} - 7\sqrt{2\times 16}$

$= 5\sqrt{3}\cdot\sqrt{4} - 7\sqrt{2}\cdot\sqrt{16}$

$= 5\times 3\sqrt{3} - 7\times 4\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{3} - 28\sqrt{2}$

ii) $\sqrt{5}(\sqrt{10}+\sqrt{3})$

$= \sqrt{5}.\sqrt{10} + \sqrt{5}.\sqrt{3}$

$= \sqrt{50} + \sqrt{15}$

$= \sqrt{25\times 2} + \sqrt{15} = 5\sqrt{2} + \sqrt{15}$

يعني في حالة تبسيط الجذور التربيعية للاعداد حاول ان تحلل العدد الى حاصل ضرب عددين يمكن ايجاد جذر احدهما واكمل الحل بأستخدام الخواص كما سبق بالتبسيط.

2-3 تبسيط الجمل العددية

* تبسيط الجمل العددية باستعمال الخواص (العنصر المحايد ، النظير الجمعي، النظير الضربي)

بالامكان تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد ، النظير الجمعي، النظير الضربي) وفي حالة الكسر الذي مقامه جذر تربيعي سوف تستعم عملية (تنسيب المقام) وو تحويل مقام الكسر الى مقدار ليس فيه جذر وذلك بأن تضرب الكسر بالمحايد الضربي العدد *1*) ثم تعوض عنه (بكسر مناسب) كما موضح في المثال.

مثال (3) بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد ، النظير الجمعي، النظير الضربي):

$\frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times 1$ **(المحايد الضربي)**

ضرب الكسر في *1*

$= \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

يعني نعوض عن *1* بالكسر $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

$= \frac{\sqrt{7}(3+\sqrt{7})}{\sqrt{7}.\sqrt{7}}$

$= \frac{3\sqrt{7} + \sqrt{7}.\sqrt{7}}{7}$

$= \frac{3\sqrt{7} + 7}{7}$ توزيع وتبسيط

معنى تنسيب المقام يعني اذا كان المقام جذراً تربيعياً نحوله الى عدد صحيح وذلك بضرب البسط والمقام × المقام (نفسه) حتى نضرب الجذرين للمقام ونتخلص من الجذر في المقام ونضرب البسط × البسط.

مثال (4) بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

i) $\sqrt{8}(1-\sqrt{2})$

$= \sqrt{8} - \sqrt{8}\sqrt{2} = \sqrt{8} - \sqrt{16}$

استعمل خاصية التوزيع

$= \sqrt{4}.\sqrt{2} - \sqrt{16} = 2\sqrt{2} - 4$

ii) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{27})$

$= \sqrt{3}.\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{27}$

$= 3 + \sqrt{3}\sqrt{9}.\sqrt{3}$

$= 3 + \sqrt{9}(\sqrt{3}\sqrt{3})$

$= 3 + 3\times 3 = 3+9 = 12$

iii) $6\sqrt{125} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$

$= 6\sqrt{25\times 5} - 2\sqrt{5}$

حول *125* الى *25×1* وبسط الجمع

$= 6\sqrt{25}.\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$= 6\times 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$= 30\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ لان $\sqrt{25} = 5$

$= (30-2)\sqrt{5}$ اخراج عامل مشترك $\sqrt{5}$

$= 28\sqrt{5}$ الناتج

iv) $\frac{1}{2}\sqrt{7} + \frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{6}\sqrt{7}$

اخراج عامل مشترك $\sqrt{7}$ وبسط القوس

$= (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6})\sqrt{7}$

$= \frac{3+2-1}{6}\sqrt{7} = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

v) $\frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times 1$

ضربنا في (1) لان في المقام $\sqrt{5}$

$= \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

نحول *(1)* الى $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

ثم نوزع على البسط ونضرب في المقام

$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-8)}{2\sqrt{5}\sqrt{5}}$ تسمى هذه العملية تنسيب المقام

$= \frac{5 - 8\sqrt{5}}{2\times 5} = \frac{5-8\sqrt{5}}{10}$

vi) $\dfrac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \quad \dfrac{8\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$

$= \dfrac{9\sqrt{4 \times 11}}{4\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$

حلل $4 \times 11 = 44$

واخراج 4 من تحت الجذر واختصار

$= \dfrac{9\sqrt{44} \times \sqrt{11}}{4\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$

$= \dfrac{9 \times 2\sqrt{11}}{4\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$

$= \dfrac{18}{32} = \dfrac{9}{16}$

تاكد من فهمك:

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال والتجميع والتوزيع):

1 $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = (4-9)\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$

اخراج عامل مشترك $\sqrt{3}$

2 $\sqrt{7}\,(\sqrt{7} + \sqrt{2}) = \sqrt{7}\sqrt{7} + \sqrt{7}\sqrt{2}$

خاصية التوزيع $\sqrt{7}$ على القوس

$= 7 + \sqrt{7 \times 2} = 7 + \sqrt{14}$

3 $3\sqrt{12} - 5\sqrt{8}$

$= 3\sqrt{4 \times 3} - 5\sqrt{4 \times 2}$

حلل $8 = 4 \times 2 \,,\; 12 = 4 \times 3$

ووزع الجذر على المعاملات

$= 3\sqrt{4}\sqrt{3} - 5\sqrt{4}\sqrt{2}$

$= 3 \times 2\sqrt{3} - 5 \times 2\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{3} - 10\sqrt{2}$

4 $\sqrt{6}(2\sqrt{3} + 6\sqrt{2})$

$= \sqrt{6} \times 2\sqrt{3} + \sqrt{6} \times 6\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3 \times 2} + 6\sqrt{2}\,\sqrt{2 \times 3}$

$= 2\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{2} + 6\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}$

$= 2 \times 3\sqrt{2} + 6 \times 2\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$

5 $\sqrt{27}(5 - \sqrt{3}) = 5\sqrt{27} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

استعمل خاصية التوزيع

$= 5\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{3} \,.\, \sqrt{9 \times 3}$

$= 5\sqrt{9} \,.\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{9}\sqrt{3}$

$= 5 \times 3\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{9}\sqrt{3}$

$= 15\sqrt{3} - 3 \times 3 = 15\sqrt{3} - 9$

6 $\sqrt{2}(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$

$= \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2 \times 3} - 3 \times 2$

$= \sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3} - 6 = 2\sqrt{3} - 6$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي)

7 $\dfrac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} \times 1$

$= \dfrac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

ضربنا في *(1)* وعوضنا عنه $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

لان المقام $\sqrt{3}$ ووزعنا البسط × البسط والمقام × المقام

$= \dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{7}-2\right)}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}\sqrt{7} - 2\sqrt{3}}{3}$

$= \dfrac{\sqrt{21} - 2\sqrt{3}}{3}$

8 $\dfrac{8+\sqrt{7}-2}{4\sqrt{5}} = \dfrac{8+\sqrt{7}}{4\sqrt{5}} \times \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{8\sqrt{5} + \sqrt{35}}{4 \times 5} = \dfrac{8 + \sqrt{35}}{20}$

9 $\dfrac{8+\sqrt{7}-2}{4\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{8}-1}{2\sqrt{8}} \times \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

$= \dfrac{\sqrt{8}(\sqrt{8}-1)}{\sqrt{8}}$

$$=\frac{8-\sqrt{8}}{16}=\frac{8-\sqrt{4\times2}}{16}$$

$$=\frac{8-2\sqrt{2}}{16}=\frac{2(4-\sqrt{2})}{16}=\frac{8-\sqrt{2}}{16}$$

10 $\frac{\sqrt{12}-2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{4\times3}-2}{2\sqrt{3}}\times1$

$$=\frac{\sqrt{4}\times\sqrt{3}-2}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}-2\right)}{2\times3}$$

$$=\frac{2\times3-2\sqrt{3}}{6}=\frac{6-2\sqrt{3}}{6}$$

$$=\frac{2(3-\sqrt{3})}{6}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$$

11 $\frac{\sqrt{20}+\sqrt{7}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{4\times5}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$$=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=3$$

12 $\frac{12-6\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\frac{12-6\sqrt{3}}{\sqrt{9\times3}}$

$$=\frac{12-6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=\frac{6(2-\sqrt{3})}{3\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2\left(2-\sqrt{3}\right)}{3\sqrt{3}}=\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\times1$$

$$=\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}\left(4-2\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}-2\times3}{3}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}}$$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

13 $\sqrt{3}(5-\sqrt{3})$

$=\sqrt{3}\times5-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}-3$ خاصية التوزيع والابدال

14 $\sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{28})$

$=\sqrt{7}\sqrt{7}+\sqrt{7}\sqrt{28}$ توزيع

$=7+\sqrt{7}\sqrt{7\times4}$ حولنا 28 الى 7×4

$=7+(\sqrt{7}\sqrt{7})\sqrt{4}$ تجميع

$=7+7\times2=21$

15 $4\sqrt{32}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

$=4\sqrt{16\times2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

لاحظ/ $32=16\times2$

$=4\sqrt{16}.\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

$=4\times4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

$=16\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$

اخراج عامل مشترك $\sqrt{2}$

$=\left(16+3-5\right)\sqrt{2}=14\sqrt{2}$

16 $\frac{1}{4}\sqrt{11}+\frac{1}{5}\sqrt{11}-\frac{1}{2}\sqrt{11}$

$=(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2})\sqrt{11}$

$=\frac{5+4-10}{20}\sqrt{11}=\frac{-1}{20}\sqrt{11}$

17 $\frac{\sqrt{24}-5}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{24}-5}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$=\frac{\sqrt{3}\times(\sqrt{24}-5)}{2\times3}=\frac{\sqrt{72}-5\sqrt{3}}{6}$$

$$=\frac{\sqrt{36}-5\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{36}\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{6}$$

$$=\frac{6\sqrt{2}-5\sqrt{3}}{6}$$

18 $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\div\frac{14\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3\times2}}{14\sqrt{3}}$

حولنا 6 الى 3×2

$$=\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{14\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

تدرب وحل التمرينات :

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال، التجميع، التوزيع):

19 $\sqrt{2}(1+7\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 7(\sqrt{2}\sqrt{2})$

$= \sqrt{2} + 7 \times 2 = \sqrt{2} + 14$

20 $\sqrt{5}(\sqrt{20} - \sqrt{5}) = \sqrt{5}\cdot\sqrt{20}\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$

$= \sqrt{5}\sqrt{5\times4} - 5$

$= (\sqrt{5}\cdot\sqrt{5})\sqrt{4} - \sqrt{5}$

$= 5\times2 - 5 = 10 - 5 = 5$

21 $4\sqrt{18} - 6\sqrt{32}$

$= 4\sqrt{9\times2} - 6\sqrt{16\times2}$

$= 4\sqrt{9}\sqrt{2} - 6\sqrt{16}\sqrt{2}$

$= 4\times3\sqrt{2} - 6\times4\sqrt{2}$

$= 12\sqrt{2} - 24\sqrt{2} = -12\sqrt{2}$

22 $\sqrt{10}(3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})$

$= \sqrt{10}\times3\sqrt{5} - \sqrt{10}\times7\sqrt{2}$

$= \sqrt{5\times2}\times3\sqrt{5} - \sqrt{5\times2}\times7\sqrt{2}$

$= \sqrt{5}\sqrt{2}\times3\sqrt{5} - \sqrt{5}\sqrt{2}\times7\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}\left(\sqrt{5}\sqrt{5}\right) - 7\left(\sqrt{2}\sqrt{2}\right)\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{2}\times5 - 7\times2\sqrt{5}$

$= 15\sqrt{2} - 14\sqrt{5}$

23 $\sqrt{54}(2-\sqrt{2}) = \sqrt{54}\times2 - \sqrt{54}\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{9\times6} - \sqrt{9\times6}\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{9}\sqrt{6} - \sqrt{9}\sqrt{6}\sqrt{2}$

$= 2\times3\sqrt{6} - 3\sqrt{2\times3}\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{3\times2}\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{6} - 3\times2\sqrt{3} = 6\sqrt{6} - 6\sqrt{3}$

24 $\sqrt{7}(\sqrt{14} - 5\sqrt{7})$

$= \sqrt{7}\sqrt{14} - \sqrt{7}\times5\sqrt{7}$

$= \sqrt{7}\sqrt{7\times2} - \left(\sqrt{7}\sqrt{7}\right)\times5$

$= \left(\sqrt{7}\sqrt{7}\right)\sqrt{2} - 7\times5 = 7\sqrt{2} - 35$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال الخواص (المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي)

25 $\dfrac{12-6\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \dfrac{12-6\sqrt{3}}{\sqrt{9\times3}}$

$= \dfrac{9-2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \dfrac{9-2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}\times1$

$= \dfrac{9-2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}(9-2\sqrt{5})}{3(\sqrt{5}\sqrt{5})}$

$= \dfrac{9\sqrt{5}-2\left(\sqrt{5}\sqrt{5}\right)}{3\times5}$

$= \dfrac{9\sqrt{5}-2\times5}{15} = \dfrac{9\sqrt{5}-10}{15}$

26 $\dfrac{\sqrt{6}-5}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}-5}{\sqrt{6}}\times\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$= \dfrac{\sqrt{6}\times(\sqrt{6}-51)}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \dfrac{6-5\sqrt{6}}{6}$

27 $\dfrac{\sqrt{75}-\sqrt{36}}{2\sqrt{12}} = \dfrac{\sqrt{25\times3}-\sqrt{9\times4}}{2\sqrt{4\times3}}$

$= \dfrac{5\sqrt{3}-6}{4\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}(5\sqrt{3}-6)}{4\times3}$

$= \dfrac{\sqrt{25}\sqrt{3}-\sqrt{9}\sqrt{4}}{2\sqrt{4}\sqrt{3}}$

$= \dfrac{5\sqrt{3}-3\times2}{2\times3\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}-6}{4\sqrt{3}}$

$= \dfrac{5\sqrt{3}\sqrt{3}-6\sqrt{3}}{12} = \dfrac{5\times3-6\sqrt{3}}{12}$

$= \dfrac{15-6\sqrt{3}}{12}$

28 $\dfrac{\sqrt{40}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{4\times10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times1$

$= \dfrac{2\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$$=\frac{\sqrt{5}(2\sqrt{10}-\sqrt{2})}{\sqrt{5}\sqrt{5}}$$

$$=\frac{2\sqrt{50}-\sqrt{10}}{5}=\frac{10\sqrt{2}-\sqrt{10}}{5}$$

بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

29 $\sqrt{2}(7+\sqrt{3})-4\sqrt{6}$

$=7\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}\sqrt{3}-4\sqrt{6}$

$=7\sqrt{2}+\sqrt{6}-4\sqrt{6}=7\sqrt{2}-3\sqrt{6}$

30 $\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{50})-8\sqrt{2}$

$=(\sqrt{5}\sqrt{5})+\sqrt{5}\sqrt{50}-8\sqrt{2}$

$=5+\sqrt{5}\sqrt{25\times 2}-8\sqrt{2}$

$=5+\sqrt{5}\sqrt{25}\sqrt{2}-8\sqrt{2}$

$=5+5\sqrt{5}\sqrt{2}-8\sqrt{2}$

$=5+5\sqrt{10}-8\sqrt{2}$

31 $3\sqrt{8}+3(\sqrt{6}-\sqrt{72})$

$=3\sqrt{4\times 2}+3\sqrt{6}-3\sqrt{72}$

$=3\sqrt{4}+3\sqrt{6}-3\sqrt{36\times 2}$

$=3\times 2\sqrt{2}+3\sqrt{6}-3\sqrt{36\times 2}$

$=6\sqrt{2}+3\sqrt{6}-18\sqrt{6}+(6\sqrt{2}-8\sqrt{16})$

$=3\sqrt{6}-12\sqrt{2}$

32 $\frac{1}{6}\sqrt{13}+\frac{1}{2}\left(\sqrt{52}-\frac{1}{3}\sqrt{13}\right)$

$=\frac{1}{6}\sqrt{13}+\frac{1}{2}\sqrt{52}-\frac{1}{6}\sqrt{13}$

$=\frac{1}{6}\sqrt{13}+\frac{1}{2}\sqrt{4\times 13}-\frac{1}{6}\sqrt{13}$

$=\frac{1}{6}\sqrt{13}+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{13}-\frac{1}{6}\sqrt{13}$

$=\sqrt{13}$

33 $\frac{8\sqrt{6}}{\sqrt{8}}\div\frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{98}}=\frac{8\sqrt{6}}{12\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{49\times 2}}{12\sqrt{3}}$

$=\frac{8\sqrt{6}}{12\sqrt{3}}=\frac{\overset{4}{8}\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\times\frac{7\sqrt{2}}{\underset{3}{12}\sqrt{3}}$

$=\frac{7}{3}\sqrt{2}$

34 $\frac{9\sqrt{1}}{\sqrt{15}}\times\frac{10\sqrt{12}}{\sqrt{18}}$

$=\frac{9}{\sqrt{5\times 3}}\times\frac{10\sqrt{4\times 3}}{\sqrt{9\times 2}}$

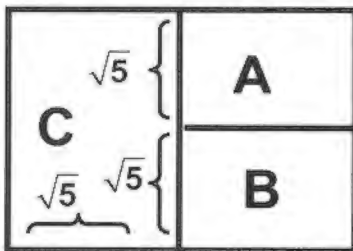
$=\frac{\overset{3}{9}}{\sqrt{5}\sqrt{3}}\times\frac{10\times 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

$=\frac{60}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\frac{60}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}$

$=\frac{60\sqrt{10}}{10}=6\sqrt{10}$

تدرب وحل مسائل حياتية :

35 **هندسة:** الشكل الهندسي المجاور مكون من ثلاثة اقسام: القسم الاول A يمثل مربع وهو مطابق الى لقسم B والقسم C يمثل مستطيلا جد المساحة الكلية للشكل الهندسي.



مساحة الشكل A (مربع) = طول الضلع × نفسه

$A=\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

مساحة الشكل B (مربع)= طول الضلع × نفسه

$B=\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

مساحة الشكل C (مستطيل) = الطول × العرض

$C=\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{5})=\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}$

$=2\times(\sqrt{5}\sqrt{5})=10$

مساحة الشكل $A+B+C=5+5+10=20$

36 سيارة الحريق: توقفت سيارة الحريق على بعد **20M** من عمارة سكنية فرفعت سلم الحريق بزاوية معينة وبكامل طوله البالغ **35M** فوصل الى احدى الطوابق للعمارة ما ارتفاع الطاب الذي وصل اليه سلم الحريق على اعتبار سيارة الحريق مع العمارة تمثل ثلث قائم الزاوية، جد ناتج بالتقريب لاقرب عشر.

نفرض ارتفاع الطابق الذي وصل اليه السلم = X

نطبق نظرية فيثاغورس

سلم 35m
العمارة
20m

$(35)^2 = x^2 + (20)^2$

$1225 = x^2 + 400$

$1225 = x^2 + 400$

$x^2 = 1225 - 400$

$x^2 = 825$

$\therefore\ x = \sqrt{825}$

$= \sqrt{25 \times 33}$

$= \sqrt{25}\sqrt{33}$

$x = 5\sqrt{33}\ m$

$x \approx 5 \times 5.7 = 28.5m$ تقريبياً ارتفاع الطابق التقريبي

37 خيمة: واجهة الخيمة تمثل مثلثاً متسوي الساقين وتحتاج كل خيمة الى عمودين واحد للواجهة الامامية وواحد للواجهة الخلفية لتثبيتها. اذا كان طول قاعدة الواجهة الامامية للخيمة $2\sqrt{5}$ m وطول حرفها المائل **3M** ما طول الاعمدة التي نحتاجها لتركيب **4** خيم؟

نفرض طول عمود التثبيت = X

والمثلث بين العمود وجزء من الخيمة

واجهة تمثل مثلث قائم الزاوية

$(3)^2 = x^2 + (\sqrt{5})^2 \Rightarrow 9 = x^2 + 5$

$\because\ x^2 = 9 - 5 = 4$

$\Rightarrow x = \sqrt{4} = 2m$ طول العمود

$2 \times 2 \times 4 = 16m$ طول الاعمدة

وكل خيمة تحتاد عمودين ولاربعة خيم

38 تحد: بسط الجمل العددية التالية بأستعمال خصائص الاعداد الحقيقية:

$\frac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{2}-7\times2}{2} - \frac{\sqrt{3}-2\times3}{3}$

$= \frac{\sqrt{2}-14}{2} - \frac{\sqrt{3}-6}{3} = \frac{3(\sqrt{2}-14) - 2(\sqrt{3}-6)}{6}$

$= \frac{3\sqrt{2}-42-2\sqrt{3}+12}{6} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}-30}{6}$

39 $\frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \div \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = \frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{4\sqrt{2}}$

$= \frac{(12-8\sqrt{3})}{6\sqrt{5}} \div \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = \frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{20}}{4\sqrt{2}}$

$= \frac{(12-8\sqrt{3})\times2\sqrt{5}}{24\sqrt{5}\sqrt{2}} = \frac{12-8\sqrt{3}}{12\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{12\sqrt{2}-8(\sqrt{3}\sqrt{2})}{12\times2} = \frac{12\sqrt{2}}{24}$

$= \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{6}$ بسط ومقام بالقسمة على **4**

40 أصحح الخطأ: قال منير ان ناتج تبسيط الجملة العددية $\frac{1}{2}\sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{18} - \frac{2}{3}\sqrt{50}$ هو $2\sqrt{2}$ حدد خطأ منير وصححه.

$\frac{1}{2}\sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{18} - \frac{2}{3}\sqrt{50}$

$= \frac{1}{2}\times2\sqrt{2} + \frac{1}{3}\times3\sqrt{2} - \frac{2}{3}\times5\sqrt{2}$

$= \sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{10}{3}\sqrt{2} = \left(1+1-\frac{10}{3}\right)\sqrt{2}$

$= \frac{(3+3-10)}{3}\sqrt{2} = \frac{-4}{3}\sqrt{2}$

$\therefore$ جواب منير حطأ والصحيح هو $-\frac{4}{3}\sqrt{2}$

41 حس عددي: ما أحتمالية طول كل ضلع من الضلعين القائمين في مثلث قائم الزاوية طول الوتر فيه $\sqrt{5}$ cm

$(\sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$

$\therefore$ احتمال طول الضلعين القائمين هما

$5 = 2 + 3 \qquad \sqrt{2}, \sqrt{3}$

أكتب

جملة عددية فيها جذور حقيقية وبسطها بأستعمال خاصية التوزيع:

$$\frac{3+2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(3+2\sqrt{3})}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{3}\sqrt{5}}{3}=\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{15}}{3}$$

الدرس الرابع /

تطبيقات على نظرية فيثاغورس

فكرة الدرس :

- ايجاذ الجذرين التربيعين الموجب والسالب لعدد.

عكس نظرية فيثاغورس ثم تمثيل الاعداد النسبية على مستقيم الاعداد.

- المفردات التي نستعملها : في هذا الموضوع هي الجذر التربيعي الاساس.

4-1 ايجاذ الجذرين التربيعين الموجب والسالب

- **ايجاذ الجذرين التربيعين الموجب والسالب**

تعلمت في دروس سابقة ايجاد الجذر التربيعي الموجب لعدد والجذر التربيعي لعدد ما:

هو العملية العكسية لتربيع جذر هذا العدد مثل

$7^2=49$ أي $\sqrt{49}=7$

والان سوف نتعلم بأن لكل عدد موجب جذران تربيعيان احدهما موجب والاخر سالب

فالجذر الموجب للعدد 64 هو 8

لان $8\times8=64$ والجذر السالب هو -8

لان $-8\times-8=64$

ويمكن كتابة الجذر التربيعي على الشكل

$\pm\sqrt{64}=\pm 8$ وان $-\sqrt{64}=-8$.

عند استعمال الحاسبة فانه يظهر فقط الجذر التربيعي الموجب ويسمى بالجذر التربيعي الاساسي للعدد (اي لكل عدد حقيقي جذران حقيقيان موجب وسالب).

مثال (1) جد طول ضلع اللوحة الفنية المربعة الشكل التي مساحتها $9m^2$

المتغير l يمثل طول ضلع اللوحة الفنية المربعة

$L=\sqrt{9}\ m$

$L=3\,m$ ∴ طول ضلع اللوحة الفنية هو $3M$

نلاحظ ان : $3\times3=9 \rightarrow +\sqrt{9}=3$

ولكن الجذر التربيعي السالب يهمل لانه

$-3\times-3=9 \rightarrow -\sqrt{9}=-3$

لا يوجد طول حقيقي السالب

(الاجوبة غير المعقولة تهمل عند ايجاد قيمتها)

مثال (2) جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الاتية:

i) $36\rightarrow\begin{cases}\sqrt{36}=6 & ,6\times6=36\\ -\sqrt{36}=-6 & ,-6\times-6=36\end{cases}$

ii) $81\rightarrow\begin{cases}\sqrt{81}=9 & ,9\times9=81\\ -\sqrt{81}=-9 & ,-9\times-9=81\end{cases}$

iii) $\frac{9}{16}\rightarrow\begin{cases}\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4} & ,\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}\\ -\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4} & ,\frac{-3}{4}\times\frac{-3}{4}=\frac{9}{16}\end{cases}$

iv) $6.25\rightarrow\begin{cases}\sqrt{6.25}=2.5 & ,2.5\times2.5=6.25\\ -\sqrt{6.25}=-2.5 & ,-2.5\times-2.5=6.25\end{cases}$

4-2 عكس نظرية فيثاغورس

عرفنا سابقا ودرسنا نظرية فيثاغورس التي تصف العلاقة بين وتر مثلث قائم الزاوية وطولي الضلعين القائمين الاخرين حيث (مربع الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين الآخرين) والان سوف نتعرف الى عكس نظرية فيثاغورس يعني:

(في أي مثلث اذا كان مجموع مربعي طول أحد أضلاعه يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فأن المثلث قائم (الزاوية).

نأخذ المثال التالي للتوضيح

مثال (3) اذا كانت قياسات الاضلاع الثلاثة لمثلث هي 3cm, 4cm, 5cm حدد فيما اذا كان المثلث قائم الزاوية ام لا؟

نكتب مربع طول كل ضلع من اضلاع المثلث:

$(3)^2=9\quad,\quad(4)^{16}=16\ ,\quad(5)^2=25$

(نسأل سؤال هل ان احد المربعات تساوي مجموع المربعين الآخرين يعني هل $16+9$ تساوي 25 الجواب نعم) لذلك نقول بأن المثلث قائم الزاوية وسيكون ترتيب الجواب بالشكل:

بما ان $25=9+16$ لذا فأن المثلث يحقق عكس نظرية فيثاغورس أي ان المثلث قائم الزاوية. وغير ذلك المثلث ليس قائما.

4-3 تمثيل الاعداد النسبية

❖ **تمثيل الاعداد غير النسبية على مستقيم الاعداد**

مثال (4) مثل العدد $\sqrt{41}$ على مستقيم الاعداد بشكل دقيق.

الخطوة 1/

نجد عددين مربعين مجموعهما 41 وهما 16, 25.

الخطوة 2 /

أرسم على ورق المربعات مثلث قائم الزاوية طول ساقيه 5 ,4 وحدات وهما الجذرين الاساسيين للعددين 25 ,16.

الخطوة 3 /

افتح الفرجال بطول الوتر ثم ضع رأسه المدبب عند العدد (0) وارسم قوسا يقطع مستقيم الاعداد في نقطة تمثل $\sqrt{41}$.

تأكد من فهمك:

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الاتية

1 16 → $\sqrt{16}=4$, $4\times4=16$; $-\sqrt{16}=-4$, $-4\times-4=16$

2 25 → $\sqrt{25}=5$, $5\times5=25$; $-\sqrt{25}=-5$, $-5\times-5=25$

3 49 → $\sqrt{49}=7$, $7\times7=49$; $-\sqrt{49}=-7$, $-7\times-7=49$

4 64 → $\sqrt{64}=8$, $8\times8=64$; $-\sqrt{64}=-8$, $-8\times-8=64$

5 $\frac{9}{25}$ → $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$; $-\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{-3}{5}$, $\frac{-3}{5}\times\frac{-3}{5}=\frac{9}{25}$

6 $\frac{36}{81}$ → $\sqrt{\frac{36}{81}}=\frac{6}{9}$, $\frac{6}{9}\times\frac{6}{9}=\frac{36}{81}$; $-\sqrt{\frac{36}{81}}=\frac{-6}{9}$, $\frac{-6}{9}\times\frac{-6}{9}=\frac{36}{81}$

7 1.21 → $\sqrt{1.21}=1.1$, $1.1\times1.1=1.21$; $-\sqrt{1.21}=-1.1$, $-1.1\times-1.1=1.21$

8 2.25 → $\sqrt{2.25}=1.5$, $1.5\times1.5=2.25$; $-\sqrt{2.25}=-1.5$, $-1.5\times-1.5=2.251$

حدد ما اذا كان كل مثلث بالاضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

9 40 CM , 9 CM , 41 CM

نربع اطوال الاضلاع المذكورة

$(40)^2=1600$, $(9)^2=81$, $(41)^2=168$

نلاحظ ان $1600+81=1681$

لذا فالمثلث قائم الزاوية لانه يحقق عكس نظرية فيثاغورس.

10 نربع اطوال الاضلاع 4 cm,7 cm,5cm

$(4)^2=16$, $(7)^2=49$, $(5)^2=25$

نلاحظ ان $161+25\neq49$

(مربع طول احد الاضلاع لا يساوي مجموع مربع طولي الضلعين الاخرين) فهو مثلث غير قائم.

11 6 CM , 8 CM, 10 CM

نربع اطوال الاضلاع

$(6)^2=36$, $(8)^2=64$, $(10)^2=100$

نلاحظ ان $3600+64=100$

فالمثلث قائم الزاوية لانه عكس نظرية فيثاغورس.

12 17 CM, 13 CM ,12 CM

نربع اطوال الاضلاع

$(17)^2=289$, $(13)^2=169$, $(12)^2=144$

نلاحظ ان $289\neq169+144$

لذا فالمثلث ليس قائم الزاوية.

جد طول الضلع القائم بتقريب الناتج لاقرب عشر اذا علمت ان طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

13 12cm , 6cm, ---------

نفرض طول الضلع القائم الآخر = X

حسب نظرية فيثاغورس $(12)^2=(6)^2+x^2$ ∴

$x^2=(12)^2-(6)^2=144-36=108$

$x=\sqrt{108}\approx10.4cm$ السالب يهمل

14 10cm , 20cm, ---------

$(20)^2=(10)^2+x^2$

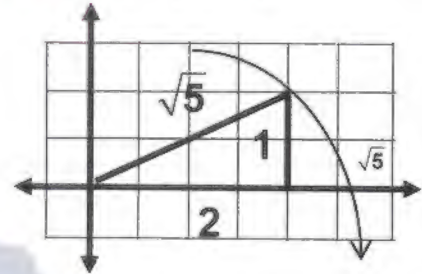
$x^2=(20)^2-(10)^2$

$=400-100=300$

$x=\sqrt{300}\approx17.3cm$

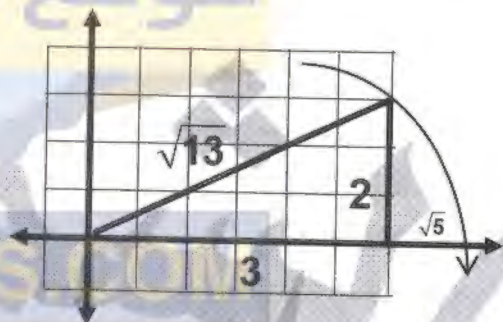
مثل الاعداد التالية على مستقيم الاعداد بشكل دقيق:

15 $\sqrt{5} \rightarrow 5 = (2)^2 + (1)^2$



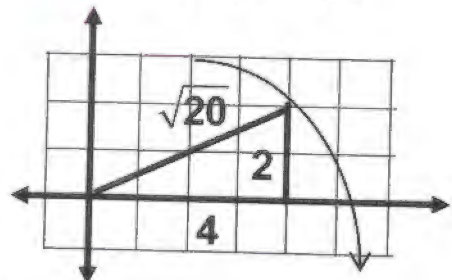
نجد عددين مجموع مربعيهما يساوي $5 = 4 + 1$
نرسم مثلث قائم الزاوية طول ساقيه 2 ,1 ووتره $\sqrt{5}$.
نجد طول الوتر بأستخدام الفرجال حيث نثبت الطرف المدبب على العدد صغير وأرسم قوسا يقطع مستقيم الاعداد في نقطة تمثل $\sqrt{5}$ وهذه تعتبر نقطة تعين $\sqrt{5}$ على مستقيم الاعداد بشكل دقيق.

16 $\sqrt{13} \rightarrow 13 = 3^2 + 2^2$



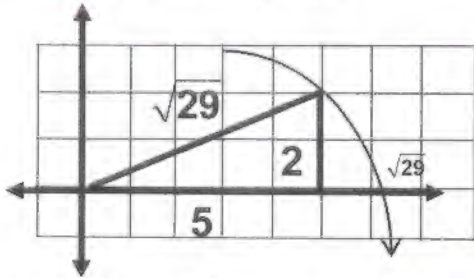
نجد عددين مجموع مربعيهما $13 = 9 + 4$
طول وتر المثلث القائم الزاوية طول ساقيه 2 , 3 هو $\sqrt{13}$ نرسم المثلث القائم الزاوية طول ساقيه 2 , 3 ، ثم نجد طول الوتر ونعينه على مستقيم الاعداد بالفرجال كما سبق:

17 $\sqrt{20} \rightarrow 20 = (4)^2 + (2)^2$



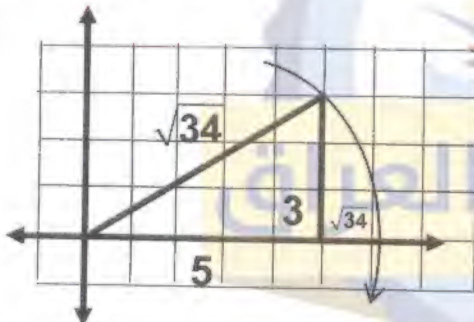
نجد عددين مجموع مربعيهما $20 = 16 + 4$
المثلث طول ساقيه 2, 4 وتره $\sqrt{20}$ ونعين $\sqrt{20}$ على خط الاعداد كما سبق.

18 $\sqrt{29} \rightarrow 29 = (5)^2 + (2)^2$



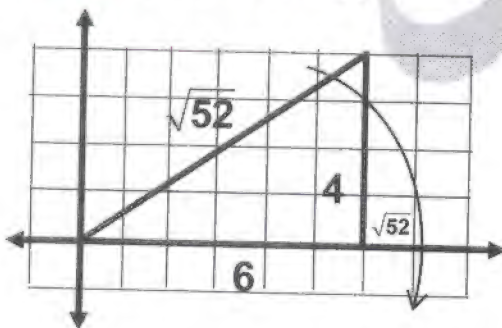
نجد عددين مجموعهما $29 = 25 + 4$ نرسم مثلث قائم طول كل من ساقيه 2, 5 ووتر $\sqrt{29}$ ثم نعين $\sqrt{29}$ على مستقيم الاعداد كما سبق.

19 $\sqrt{34} \rightarrow 34 = (5)^2 + (3)^2$



نجد عددين مجموعهما $34 = 25 + 9$ نرسم مثلث طول ساقيه 3 , 5 وطول وتره $\sqrt{34}$ ونعين $\sqrt{34}$ على مستقيم الاعداد كما سبق.

20 $\sqrt{52} \rightarrow 52 = (6)^2 + (4)^2$



بنفس الطريقة $52 = 36 + 16$
نرسم المثلث طول كل من ساقيه 4 , 6 فيكون الوتر $\sqrt{52}$ نعين $\sqrt{52}$ على مستقيم الاعداد بأستخدام الفرجال كما سبق.

21 $\sqrt{45} \rightarrow 45 = 36 + 9$

$45 = (6)^2 + (3)^2$

نرسم المثلث طول كل من ساقيه 3 , 6 وتره $\sqrt{45}$ ثم يعين على مستقيم الاعداد كما سبق.

22 $\sqrt{65} \Rightarrow 65 = 49 + 16$

$65 = (7)^2 + (4)^2$

نرسم المثلث طول كل من ساقيه **4 , 6** ووتره $\sqrt{65}$ ثم يعين على مستقيم الاعداد كما سبق.

تدرب وحل التمرينات :

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الآتية:

23 $4 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{4} = 2 \quad , 2 \times 2 = 4 \\ -\sqrt{4} = -2 \quad , -2 \times -2 = 4 \end{cases}$

24 $36 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{36} = 6 \quad , 6 \times 6 = 36 \\ -\sqrt{36} = -6 \quad , -6 \times -6 = 36 \end{cases}$

25 $81 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9 \quad , 9 \times 9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9 \quad , -9 \times -9 = 81 \end{cases}$

26 $121 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{121} = 11 \quad , 11 \times 11 = 121 \\ -\sqrt{121} = -11 \quad , -11 \times -11 = 121 \end{cases}$

27 $225 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{225} = 15 \quad , 15 \times 15 = 225 \\ -\sqrt{225} = -15 \quad , -15 \times -15 = 225 \end{cases}$

28 $\frac{16}{49} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7} \quad , \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49} \\ -\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{-4}{7} \quad , \frac{-4}{7} \times \frac{-4}{7} = \frac{16}{49} \end{cases}$

29 $\frac{9}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \quad , \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \\ -\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{-3}{2} \quad , \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{9}{4} \end{cases}$

30 $\frac{25}{64} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8} \quad , \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64} \\ -\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{-5}{8} \quad , \frac{-5}{8} \times \frac{-5}{8} = \frac{25}{64} \end{cases}$

31 $6.25 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{6.25} = 2.5 \quad , 2.5 \times 2.5 = 6.25 \\ -\sqrt{6.25} = -2.5 \quad , -2.5 \times -2.5 = 6.25 \end{cases}$

32 $10.24 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{10.24} = 3.2 \quad , 3.2 \times 3.2 = 10.24 \\ -\sqrt{10.24} = -3.2 \quad , -3.2 \times -3.2 = 10.24 \end{cases}$

حدد ما اذا كان كل مثلث بالاضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

33 $2cm , 3cm, \sqrt{13}cm$

نربع اطوال الاضلاع

$(2)^2=4 \quad , (3)^2=9 \quad , (\sqrt{13})^2 = 13$

نلاحظ ان $4 + 9 = 13$

∴ المثلث قائم الزاوية عكس نظرية فيثاغورس

34 $4cm , 6cm, \sqrt{50}cm$

نربع اطوال الاضلاع

$(4)^2=16 \quad , (6)^2=36 \quad , (\sqrt{50})^2 = 50$

نلاحظ ان $16 + 36 \neq 50$ لذلك المثلث ليس قائم الزاوية لا يحقق عكس فيثاغورس.

35 $20cm , 15cm, \sqrt{625}cm$

نربع اطوال الاضلاع

$(20)^2=400 , (15)^2=225 , (\sqrt{625})^2=625$

نلاحظ ان $225 + 400 = 625$

36 $4cm , 5cm, \sqrt{50}cm$

نربع اطوال الاضلاع

$(4)^2=10 , (5)^2=25 , (\sqrt{50})^2=50$

نلاحظ ان $10 + 25 \neq 50$

جد طول الضلع القائم بتقريب الناتج لاقرب عشر اذا علمت ان طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

37 9cm , 6cm, --------

نفرض طول الضلع القائم الاخر X

$(9)^2=(6)^2+(x)^2$

$x^2=(9)^2-(6)^2 = 81 - 36$

$x^2=\sqrt{45} \approx 6.7$ cm

تقريبا طول ضلع الآخر

38 10cm , 5cm, --------

نفرض طول الضلع القائم الاخر X

$(10)^2=(5)^2+(x)^2$

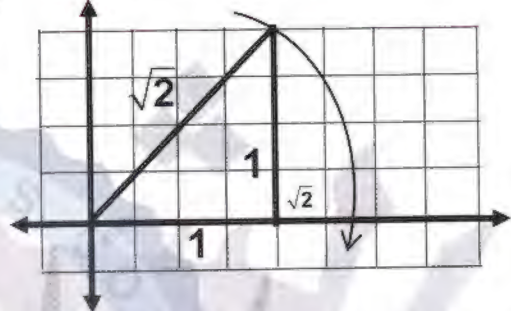
$x^2=(10)^2-(5)^2 = 100 - 25= 75$

$x=\sqrt{75} \approx 8.7$ cm

تقريبا طول ضلع الآخر

مثل الاعداد التالية على مستقيم الاعداد بشكل دقيق:

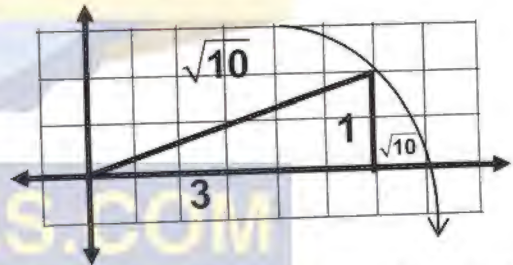
39 $\sqrt{2} \rightarrow 2 = 1^2+1^2$



نجد عددين مجموع مربعيهما $1+1=2$

نرسم مثلث طول كل من ساقيه 1 , 1 وتره $\sqrt{2}$ نفتح الفرجال ونثبت الرأس المدبب عند (0) ونفتحه بقدر طول الوتر ونرسم القوس الذي يقطع مستقيم الاعداد في $\sqrt{2}$.

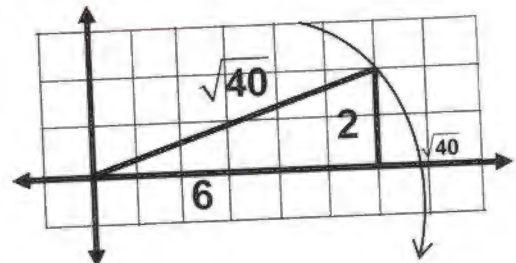
40 $\sqrt{10} \rightarrow 10 = (3)^2+(1)^2$



نجد عددين مجموع مربعيهما $1+9=10$

نرسم مثلث طول كل من ساقيه 3, 1 وتره $\sqrt{10}$ نفتح الفرجال بقدر طول الوتر ونثبت الرأس المدبب عند (0) ثم نرسم قوسا من نهايته يقطع مستقيم الاعداد في $\sqrt{10}$.

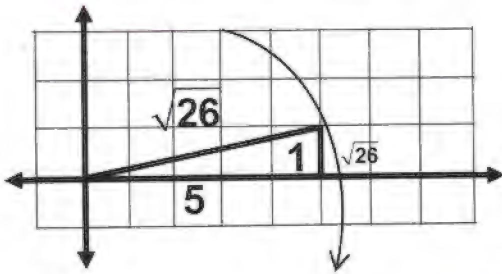
41 $\sqrt{40} \rightarrow 40 = (6)^2+(2)^2$



نجد عددين مجموع مربعيهما $36+4=40$

وبنفس الطريقة نستطيع نرسم مثلث طول كل من ساقيه 2, 6 وتره $\sqrt{40}$ ثم نعين $\sqrt{40}$ على خط الاعداد كما سبق ذكره.

42 $\sqrt{26} \rightarrow 26 = (5)^2+(1)^2$



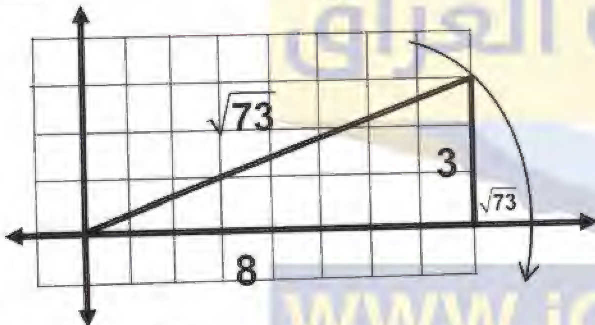
نجد عددين مجموع مربعيهما $25+1=26$

نرسم مثلث طول كل من ساقيه 1, 5 وتره $\sqrt{26}$ ثم نعين $\sqrt{26}$ على مستقيم الاعداد بنفس الطريقة السابقة.

43 $\sqrt{29}$ نفس حل سؤال 18

44 $\sqrt{41}$ نفس حل مثال 4

45 $\sqrt{73} \rightarrow 73 = (8)^2+(3)^2$



نجد عددين مجموع مربعيهما $9+64=73$

نرسم مثلث قائم الزاوية طول كل من ساقيه 3 , 8 وتر $\sqrt{73}$ ونفتح الفرجال ونثبت المدبب عند (0) ونفتح بقدر طول الوتر ونرسم قوسا حيث يقطع مستقيم الاعداد عند $\sqrt{73}$ وهي تمثل $\sqrt{73}$ على مستقيم الاعداد.

46 $\sqrt{50} \rightarrow 50 = 25+25 = (5)^2+(5)^2$

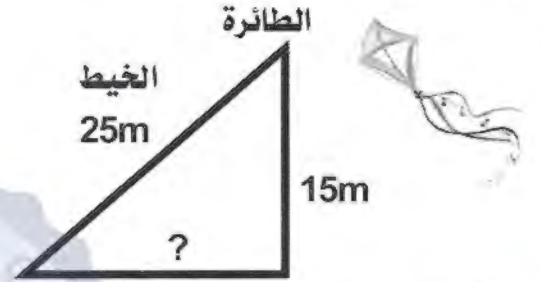
نجد عددين مجموع مربعيهما $49+1$ او $25+25=50$

نرسم مثلث قائم الزاوية طول كل من ساقيه 5 , 5 او 1 , 7 وتره $\sqrt{50}$ ثم نجد موقع $\sqrt{50}$ على مستقيم الاعداد بنفس الطريقة السابقة.

تدرب وحل مسائل حياتية :

47 **طائرة ورقية** : تعد الطائرة الورقية احدى اللعب المفضلة عند كثير من الاطفال والكبار وفي الشكل المجاور اذا كان ارتفاع الطائرة ...

سطح الارض **15M** وطول الخيط المثبت به الطائرة من طرف وبيد الطفل من طرف آخر هو **25M** ما نوع المثلث الذي تشكل من ارتفاع الطائرة والخيط والمسافة الافقية جد طول الكسافة الافقية.



الحل/ بما ان المثلث قائم الزاوية الذي تصنعه الطائرة مع الخيط وارتفاع الطائرة عن الارض فأن المثلث يمكن ان نطبق عليه نظرية فيثاغورس لايجاد المسافة (البعد) الافقية.

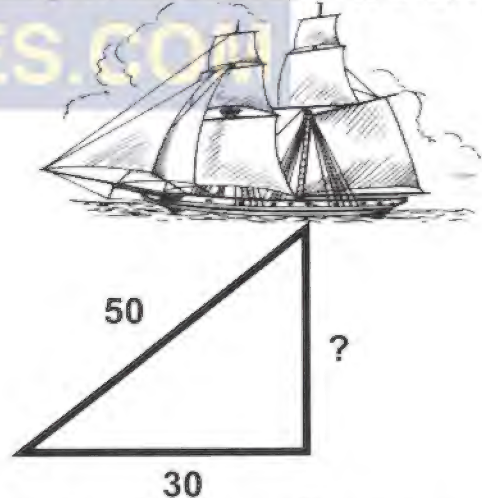
نفرض البعد الافقي فأن $(25)^2=(15)^2+x^2$

$x^2=(25)^2-(15)^2=625-225$

البعد الافقي $x^2=400 \rightarrow x=\sqrt{400}=200\ m$

يهمل الجذر التربيعي السالب لانه طول

48 **مركب شراعي:** الشكل المجاور لمركب شراعي يطفو على سطح الماء. جد عمق الماء تقريباً لاقرب عشر اذا علمت ان طول الوتر والضلع القائم كما مثبته في الشكل:



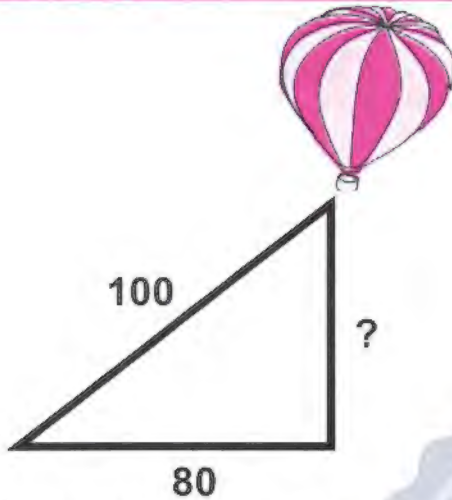
نفرض العمق $X=$ $(50)^2=x^2+(30)^2$

نطبق فيثاغورس $x^2=(50)^2-(30)^2$

$=2500-900=1600$

عمق الماء $\therefore x=\sqrt{1600}=40\ m$

49 **منطاد :** هو بالوزن كبير الحجم متصل بأسفله بسلة لنقل الناس او البضائع وله استخدامات عديدة كوسيلة نقل، الشكل المجاور يمثل منطادا هوائيا جد ارتفاعه عن سطح الارض.



نفرض ارتفاع المنطاد $X=$ $(100)^2=x^2+(80)^2$

$x^2=(100)^2-(80)^2=10000-6400=3600$

ارتفاع المنطاد $x=\sqrt{3600}=60\ m$

فكّر

تحد: جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد التالية:

50 $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{32}{2}}=\sqrt{16}$

$\sqrt{16}\rightarrow\begin{cases}\sqrt{16}=4\ ,\ 4\times4=16\\-\sqrt{16}=-4\ ,\ -4\times-4=16\end{cases}$

51 $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{243}{3}}=\sqrt{81}$

$\sqrt{81}\rightarrow\begin{cases}\sqrt{81}=9\ ,\ 9\times9=81\\-\sqrt{81}=-9\ ,\ -9\times-9=81\end{cases}$

52 $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{16}}=\sqrt{\frac{625}{16}}$

$\rightarrow\begin{cases}\sqrt{\frac{625}{16}}=\frac{25}{4}\ ,\ \frac{25}{4}\times\frac{25}{4}=\frac{625}{16}\\-\sqrt{\frac{625}{16}}=\frac{-25}{4}\ ,\ \frac{-25}{4}\times\frac{-25}{4}=\frac{625}{16}\end{cases}$

53 **أصحح الخطأ :** قالت سندس ان المثلث الذي اضلاعه **1.5 CM , 1.1CM , 1.8CM** يمثل مثلث قائم الزاوية، حدد خطأ سندس وصححه.

نربع الاعداد أولاً:

$(1.5)^2 = 2.25$, $(1.1)^2 = 1.21$, $(1.8)^2 = 3.24$

هل ان $2.25 + 1.21 = 3.24$

كلا لانه يساوي 3.46

∴ المثلث ليس قائم لذلك جواب سندس خطأ.

حس عددي : هل يمكن رسم مثلث قائم الزاوية؟ قياس أطوال اضلاعه كما يلي موضحا اجابتك :

54 $3cm$, $5cm$, $\sqrt{34}cm$

نربع اطوال الاضلاع

$(3)^2=9$, $(5)^2=25$, $(\sqrt{34})^2=34$

هل ان $34 = 25 + 9$ يمكن رسم مثلث قائم الزاوية حسب عكس نظرية فيثاغورس.

55 $1.5cm$, $2.5cm$, $3.5cm$

نربع اطوال الاضلاع

$(1.5)^2=2.25$, $(2.5)^2=6.25$, $(3.5)^2=12.25$

هل ان $12.15 = 6.25 + 2.25 = 9.5$ كلا

∴ لا يمكن رسم مثلث قائم الزاوية

أكتب

معادلة يمكن ايجاد طول الضلع المجهول فيها لمثلث قائم الزاوية فيه قياس طول الوتر 10 cm وضلع القائم 6 cm.

نفرض طول الضلع الاخر X

$(10)^2=(6)^2+(x)^2$

$x^2=(10)^2-(6)^2=100-36=64$

طول ضلع الآخر

الدرس الخامس

المستوى الاحداثي Coordinate Plane

فكرة الدرس :

- تمثيل جدول قيم في المستوى الاحداثي، ايجاد المسافة بين نقطتين.
- المفردات التي نستعملها : الزوج المرتب، المستوى الاحداثي، نقطة الاصل، محور السينات، محور الصادات، جدول القيم، الارباع.

واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم

النمر حيوان ضخم مفترس من الثديات آكلة اللحوم من فصيلة السنوريات والاسم العلمي له *PANTHERA TIGERS*، تلد النمرة (انثى النمر) من جرو الى ثمانية جراء يظلون في رعاية امهم مدة 6 أسابيع ثم يعتمدون على أنفسهم، الجدول التالي يبين عدد الجراء وكمية الحليب التي يحتاجون اليها الجراء في اليوم الواحد.

مثل الجدول في المستوى الاحداثي:

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

5-1 تمثيل جدول القيم في المستوي

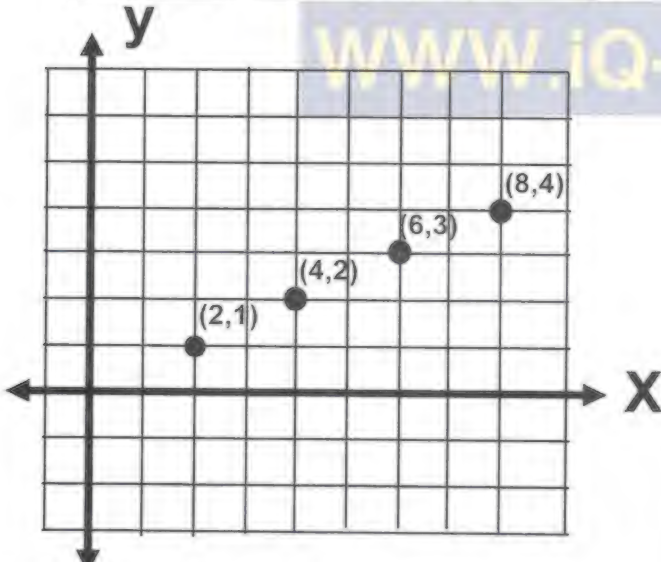
- تمثيل جدول قيم في المستوى الاحداثي :

تعرفت سابقا الى المستوى الاحداثي الذي يتكون من مستقيمين متعامدين في نقطة تسمى بنقطة الاصل، المستقيم الافقي يعرف بمحور السينات، والمستقيم العمودي يعرف بمحور الصادات، والمستوي مقسم على أربعة أرباع، وكذلك تعلمت كيفية تمثيل ازواج مرتبة في المستوى الاحداثي والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل جدول قيم في المستوى الاحداثي يتضمن اعداد نسبية وذلك بكتابة الازواج المرتبة أولا من الجدول ثم تمثيلها على المستوى الاحداثي.

مثال (1)

مثل جدول القيم التالي في المستوى الاحداثي

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

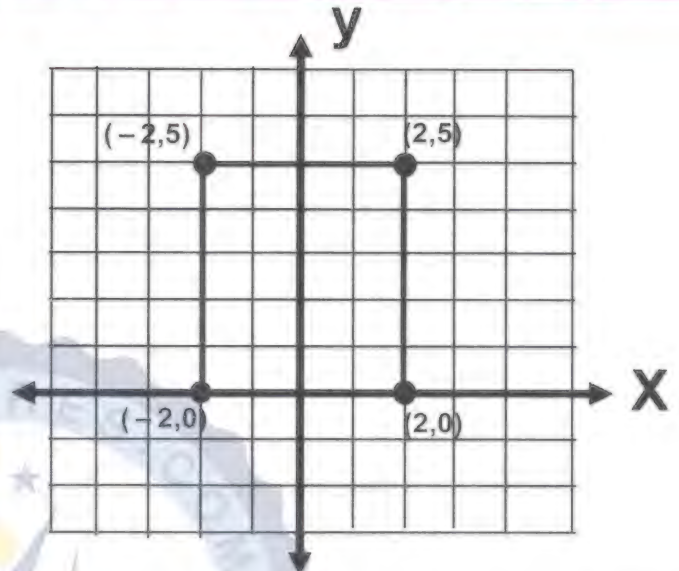


نكتب الازواج المرتبة $(2,1)$, $(4,2)$, $(6,3)$, $(8,4)$ حيث الحقل الاول يمثل X والزوج المرتب هو (X,Y) ثم نمثل كل زوج مرتب بنقطة في المستوى الاحداثي.

مثال (2) مثل جدول القيم التالي في المستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله

X	-2	2	-2	2
y	5	5	0	0



اكتب الازواج المرتبة $(-2,5)$, $(2,5)$, $(-2,0)$, $(2,0)$ مثل كل زوج بنقطة في المستوى الاحداثي، ثم صل بين النقاط والشكل الناتج الذي يمثله جدول القيم مستطيل.

5-2 ايجاد المسافة بين نقطتين

❖ ايجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي :

تعلمت في الجزء الاول من الدرس على كيفية كتابة الازواج المرتبة من جدول قيم ثم كيفية تمثيلها على المستوى الاحداثي. والآن سوف تتعلم كيفية ايجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي وكذلك ايجاد البعد بشكل تقريبي بين المدن بأستعمال نظرية فيثاغورس وغيرها من التطبيقات.

مثال (3)

مثل الزوجين المرتبين $(-4,0)$, $(-1,4)$ في المستوى الاحداثي ثم جد المسافة بينهما.

أولاً/ مثل النقطتين بالمستوى الاحداثي.

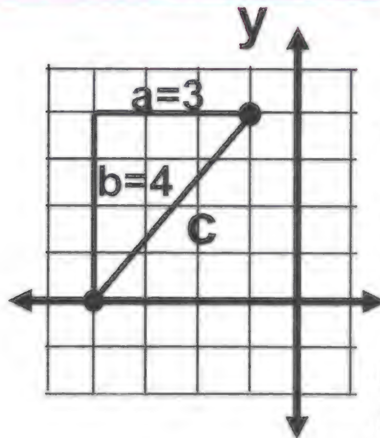
ثانيا/ ارسم مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور.

ثالثا / جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين.

$a=3$, $b=4$ وحدات

(من حساب التدريج على الاحداثيات)

رابعاً/ استعمل نظرية فيثاغورس لايجاد طول الوتر C



$$C^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \pm\sqrt{a^2 + b^2}$$
$$c = \pm\sqrt{3^2 + 4^2}$$
$$c = \pm\sqrt{9 + 16}$$
$$c = \pm\sqrt{25}$$
$$c = \pm 5$$

لذا فالمسافة بين النقطتين هو 5 وحدات.

y
X
c
b=4
a=3

ملاحظة/

يمكن الحصول على المثلث القائم الزاوية كما يلي:

1- من تقاطع المستقيمين المرسومين من النقطتين موازيان للمحورين.

2- من تقاطع العمودين المرسومين من النقطتين على المحورين.

مثال (4) مثل كل زوج من الزوجين المرتبين

$$\{(-3,3),(0,0)\ ,\ (1,-5),(3,0)\}$$

في المستوى الاحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لاقرب عشر.

أولاً/ مثل كل نقطتين بالمستوى الاحداثي.

ثانيا/ ارسم مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور.

ثالثا/ جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين لكل مثلث.

المثلث في الربع الرابع/

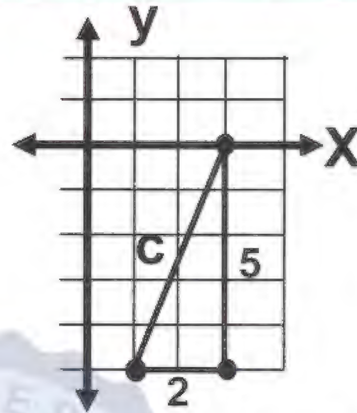
$a=2$ وحدات ، $b=5$ وحدات

المثلث في الربع الثاني/

$a=3$ وحدات ، $b=3$ وحدات

رابعاً/ استعمل نظرية فيثاغورس لايجاد طول الوتر C

المثلث في الربع الرابع /



a=2 , b= 5

$C^2 = a^2 + b^2$

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

$c = \pm\sqrt{2^2+5^2}$

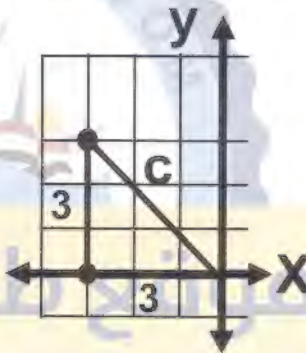
$c = \pm\sqrt{4+25}$

$c = \pm\sqrt{29}$

$c \approx \pm 5.4$

لذا فالمسافة بين النقطتين هو *5.4* وحدات تقريبا.

المثلث في الربع الثاني /



$C^2 = a^2 + b^2$

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

$c = \pm\sqrt{3^2+3^2}$

$c = \pm\sqrt{9+9}$

$c = \pm\sqrt{18}$

$c \approx \pm 4.2$

لذا فالمسافة بين النقطتين هو *4.2* وحدات تقريبا.

تأكد من فهمك:

مثل كل جدول من الجداول التالية في المستوى الاحداثي:

1

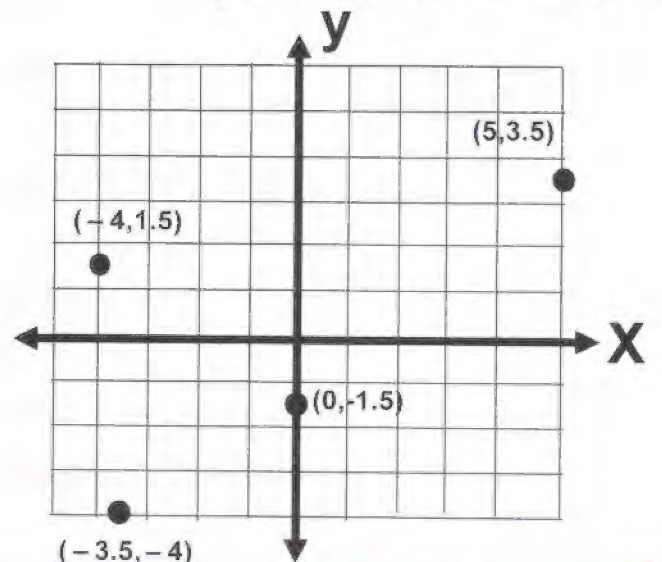
X	0	-4	-3.5	5
y	-1.5	1.5	-4	3.5

اكتب الازواج المرتبة من جدول القيم:

(0,-15) , (-4,1.5) , (-3.5,-4), (5,3.5)

نرسم الاحداثي السيني والصادي

ونعين النقاط على المستوى الاحداثي.



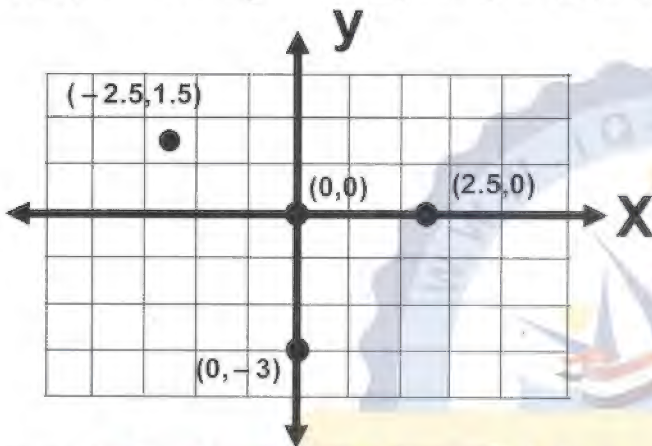
2

X	0	-2.5	0	2.5
y	0	1.5	-3	0

اكتب الازواج المرتبة وهي:

(0,0) , (-2.5,1.5) , (0,-3), (2.5,0)

ثم نعينها على المستوى الاحداثي المتعامد المحورين.



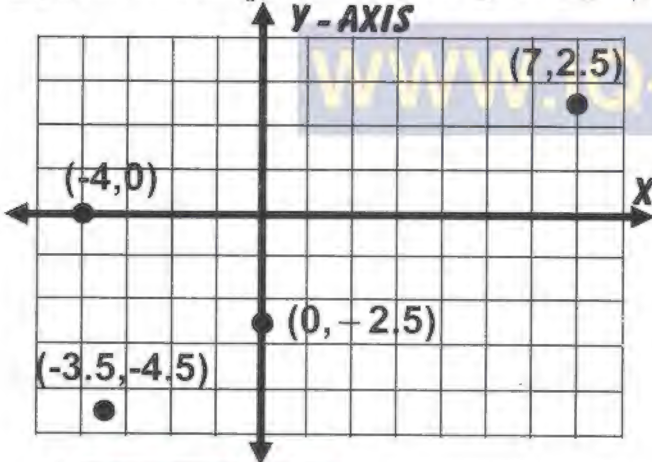
3

X	-4	7	-3.5	0
y	0	2.5	-4.5	-2.5

اكتب الازواج المرتبة وهي:

(-4,0) , (7,2.5) , (-4.5,-3.5), (0,2.5)

ثم نعينها على المستوى الاحداثي المتعامد المحورين.



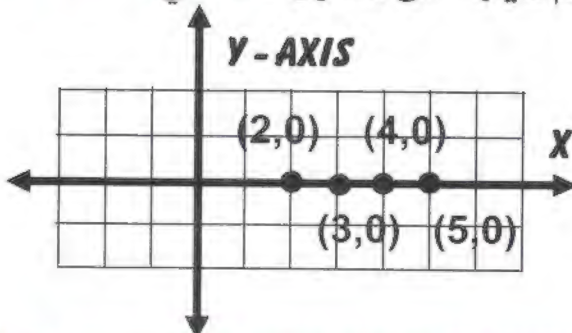
4

X	2	3	4	5
y	0	0	0	0

اكتب الازواج المرتبة وهي

(2,0),(3,0),(4.0),(5.0)

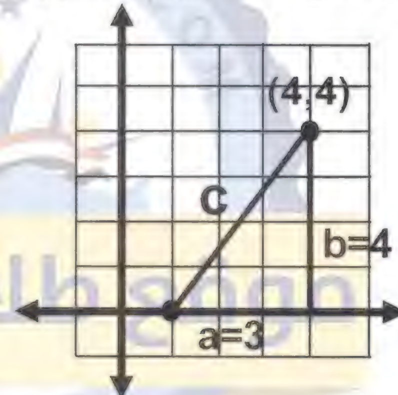
ثم نعينها على المستوى الاحداثي.



مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عشر

5 $\{(1,0),(4,4)\}$

نرسم المستوى الاحداثي المتعامد المحورين يعني الاحداثي السيني والصادي ثم نعين عليه النقطتين $(1,0)$, $(4,4)$ ثم نجد a, b من حساب التدريج وترسم المثلث القائم الزاوية حيث a, b اضلاعه ونفرض وتره c وبتطبيق فيثاغورس.
نجد طول الوتر C وهي تمثل المسافة بين النقطتين:



a =3 , b = 4

$c=\pm\sqrt{a^2+b^2}$

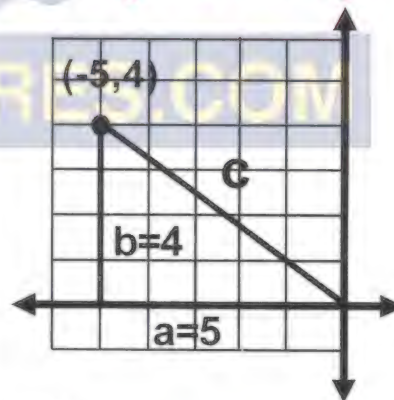
$c=\pm\sqrt{9+16}$

$c=\pm\sqrt{25}$

$c=\pm 5$

∴ المسافة بين النقطتين 5 وحدات

6 $\{(0,0),(-5,4)\}$



a = 5 وحدات

b = 4 وحدات

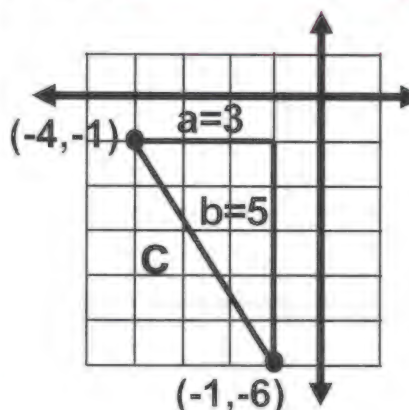
$c=\pm\sqrt{25+16}$

$c=\pm\sqrt{41}$

$c\approx\pm 6.4$

∴ المسافة بين النقطتين 6.4 وحدات تقريبا

7 $\{(-4,-1),(-1,-6)\}$



a = 3 وحدات

b = 5 وحدات

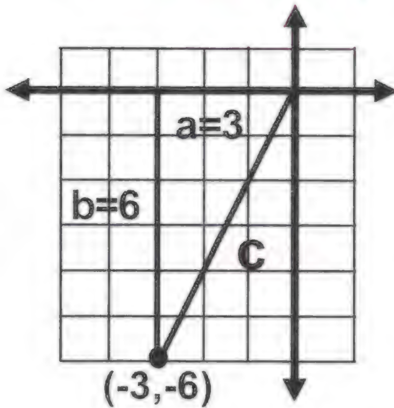
$c=\pm\sqrt{9+25}$

$c=\pm\sqrt{34}$

$c\approx\pm 5.8$

∴ المسافة بين النقطتين 5.8 وحدات تقريبا

8 $\{(-3,-6),(0,0)\}$



a = 3 وحدات

b = 6 وحدات

$c=\pm\sqrt{9+36}$

$c=\pm\sqrt{45}$

$c\approx\pm 6.7$

∴ المسافة بين النقطتين 6.7 وحدات تقريبا

9 $\{(7,2),(3,5)\}$

a =4 , b = 3

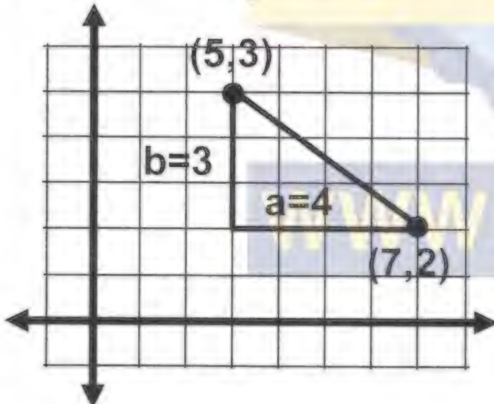
$c=\pm\sqrt{a^2+b^2}$

$c=\pm\sqrt{16+9}$

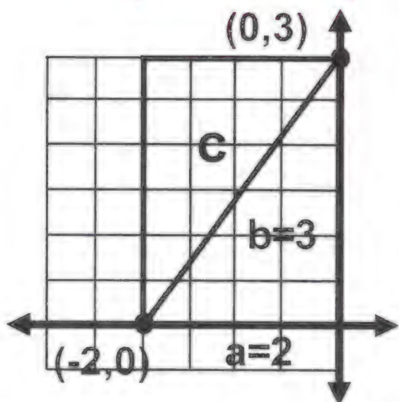
$c=\pm\sqrt{25}$

$c=\pm 5$

∴ المسافة 5 وحدات



10 $\{(-2,0),(0,3)\}$



a = 2 وحدات

b = 3 وحدات

$c=\pm\sqrt{4+9}$

$c=\pm\sqrt{13}$

$c\approx\pm 3.6$

∴ المسافة بين النقطتين 3.6 وحدات تقريبا

ملاحظة/ نكتب $\pm$ =c لان الجذر التربيعي يمكن ان يكون موجب وسالب ونذكره كقاعدة لكننا نأخذ الموجب لان C هنا طول

ملاحظة/ يمكن ايجاد a ، b مباشرة لايجاد a مباشرة لايجاد a نأخذ القيمة المطلقة للفرق بين قيمتي احداثي x للنقطتين لايجاد b نأخذ القيمة المطلقة للفرق بين قيمتي احداثي y للنقطتين ثم نطبق قانون المسافة بين النقطتين $c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

ففي المثال سؤال (a) مثلاً : $a=|3-7|= |-4| =4$

$b=|5-2|= |3| =3$

$c = \pm\sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm\sqrt{16 + 9}$

$c = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

تدرب وحل التمرينات :

مثل كل جدول من الجداول التالية في المستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم:

11

X	2	-2	-1	-5
Y	3.5	3.5	-4.5	-4.5

اكتب الازواج المرتبة وهي:

(2,3.5) , (-2,3.5) , (-1,4.5) ,(-5,-4.5)

ثم عين النقط على المستوى الاحداثي.

Y - AXIS
X
(-2,3.5) (2,3.5)
(-1,-4.5)
(-5,-4.5)

متوازي اضلاع

12

X	4	-4	0	0
Y	0	0	2	-5

اكتب الازواج المرتبة وهي: (4,0) , (-4,0) , (0,2) ,(0,5)

ثم عين النقاط على المستوى الاحداثي والشكل الناتج هو شكل رباعي.

Y - AXIS
X
(0,2)
(0,-4) (0,4)
(0,-5)

اكتب الازواج المرتبة من الشكل. ثم رتبها في جدول قيم:

13

Y - AXIS
X

النقاط هي:

{(2,1),(2,3),(-3,2),(-4,4),(-3,-2) , (3,-2)}

X	2	2	-3	-4	-3	3
y	1	3	2	4	-2	-2

جدول القيم

14

Y - AXIS
X

النقاط هي:

{(3,0),(3,2),(1,2),(-1,2),(-3,2),(3,-2)}

X	3	3	1	-1	-3	3
y	0	2	2	2	2	-2

جدول القيم

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوى الاحداثي ثم جد المسافة بينهما لاقرب عُشر اذا كانت لا تمثل عددا صحيحا

15 $\{(6,0),(6,3)\}$

a = 0 وحدات

b = 3 وحدات

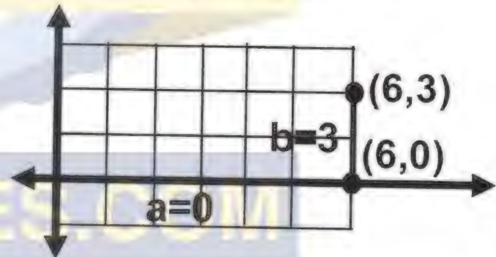
$c=\pm\sqrt{0+9}$

$c=\pm\sqrt{9}$

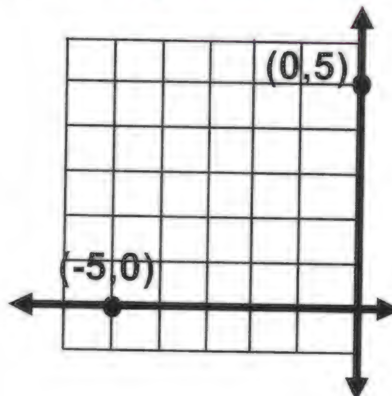
$c=\pm 3$

∴ المسافة هي 3 وحدات تقريبا

لا يمكن رسم لان a=0



16 $\{(-5,0),(0,5)\}$



a = 0 وحدات

b = 10 وحدات

$c=\pm\sqrt{0+100}$

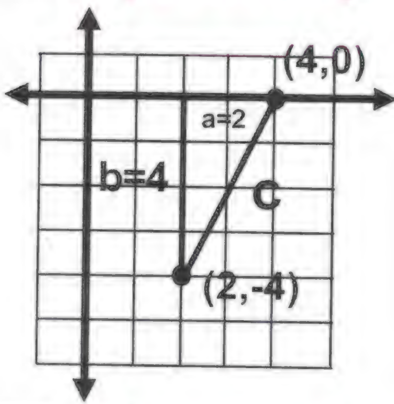
$c=\pm\sqrt{100}$

$c=\pm 10$

∴ المسافة 10 وحدات تقريبا

لا يمكن رسم مثلث لان a=0

17 $\{(2,-4),(4,0)\}$



a =2 , b = 4

$c=\pm\sqrt{a^2+b^2}$

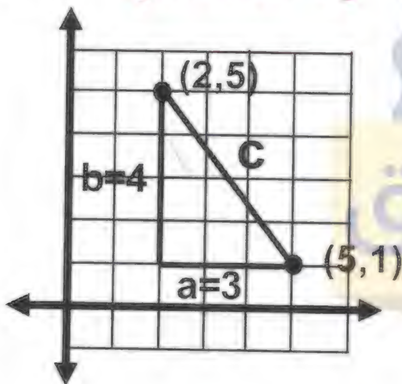
$c=\pm\sqrt{4+16}$

$c=\pm\sqrt{20}$

$c = \pm 4$

∴ المسافة 4 وحدات

18 $\{(5,1),(2,5)\}$



a =3

b = 4

$c=\pm\sqrt{a^2+b^2}$

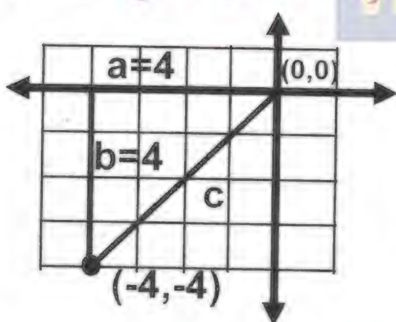
$c=\pm\sqrt{9+16}$

$c=\pm\sqrt{25}$

$c = \pm 5$

∴ المسافة 5 وحدات

19 $\{(0,0),(-4,-4)\}$



a = 4 وحدات

b = 4 وحدات

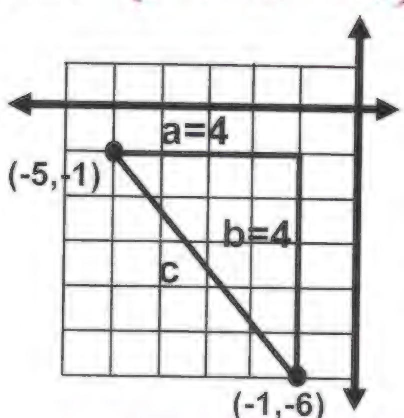
$c=\pm\sqrt{16+16}$

$c=\pm\sqrt{32}$

$c\approx\pm 5.6$

∴ المسافة 5.6 وحدات تقريبا

20 $\{(-5,-1),(-1,-6)\}$



a = 4 وحدات

b = 5 وحدات

$c=\pm\sqrt{16+25}$

$c=\pm\sqrt{41}$

$c\approx\pm 6.4$

∴ المسافة 6.4 وحدات تقريبا

تدرب وحل مسائل حياتية :

(راجع رسوم المسائل على ص53 من الكتاب)

21 **خريطة**: تمثل كل وحدة على الخريطة 61 KM من المسافة الحقيقية تقع مدينة الموصل في النقطة (-3,5) ومدينة بغداد على نقطة الاصل ما المسافة التقريبية بين بغداد والموصل؟ الخط الواصل بين الموثل وبغداد هو C والذي يصل بين النقطتين (0,0) , (-3,5) حيث b=5 , a=3

$C^2 = a^2 + b^2$

$c = \pm\sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm\sqrt{3^2 \pm 5^2}$

$c = \pm\sqrt{9 \pm 25} = \sqrt{34} \rightarrow c \approx 5.8$ تقريبا

22 **حيدر**: تمثل كل وحدة على الشكل البياني 50M من المسافة الحقيقية اذا وقف الصياد في النقطة (2,1) ةةجه بندقيته الى طير في النقطة (-3,3) ما المسافة التقريبية بين الطير والصياد؟ لتكن C تمثل المسافة التي تمثل البعد بين النقطتين (2,1) (-3,3).

حيث a=5 , b=2 من الوحدات:

$C^2 = a^2 + b^2$

$c = \pm\sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm\sqrt{5^2 \pm 2^2}$

$c = \pm\sqrt{25 \pm 4} = \sqrt{29} \rightarrow c \approx 5.4$ تقريبا

∴ المسافة التقريبية بين الصياد والطير

$5.4 \times 50 = 270\ M$ تقريبا.

23 **غواصة**: تمثل كل وحدة على الشكل البياني 5KM من المسافة الحقيقية، غواصة تحت الماء تقف في النقطة (-5,-4) تريد ان تصيب هدفا في النقطة (2,0) ما المسافة التقريبية بين الهدف والغواصة؟

لتكن C المسافة التي تمثل البعدين موقع الغواصة والهدف حيث: a=7 , b=4

$c = \pm\sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \pm\sqrt{7^2 \pm 4^2}$

$c = \pm\sqrt{49 \pm 16} = \sqrt{65} \rightarrow c \approx 8.06$ تقريبا

∴ المسافة بين الغواصة والهدف $8 \times 5 = 40\ KM$

فكر

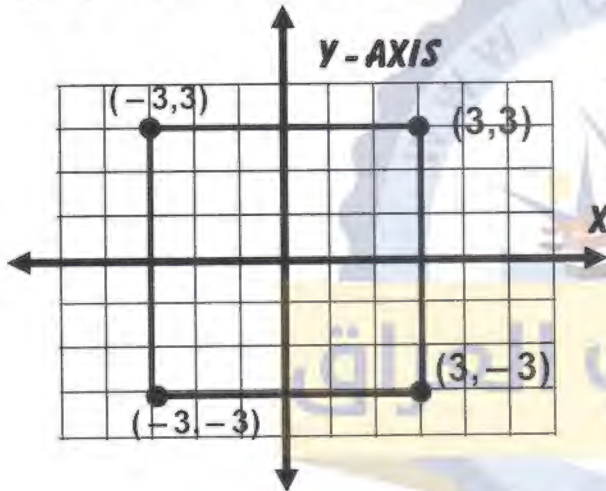
تحد: مثل كل جدول قيم من الجداول التالية في المستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله .

24

X	3	-3	-3	3
y	3	3	-3	-3

النقاط هي : { (3,3),(-3,3),(-3,-3),(3,-3) }

عين النقاط على المستوى الاحداثي فالشكل الناتج مربع.



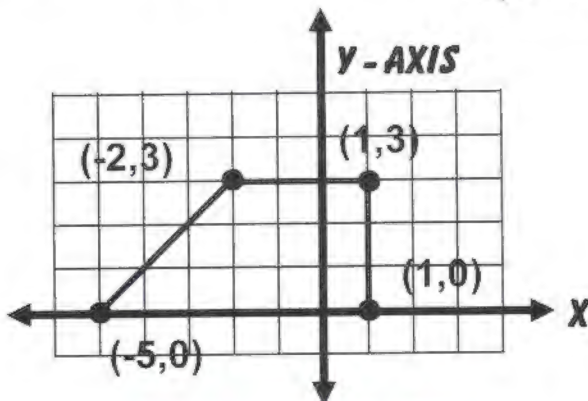
الشكل الناتج مربع

25

X	1	-5	1	-2
y	0	0	3	3

النقاط هي: {(1,0) , (-5,0) , (1,3) , (-2,3) }

عين النقاط على المستوى الاحداثي فالشكل الناتج شبه منحرف.



الشكل الناتج شبه منحرف

26 **أصحح الخطأ**: قال خالد ان الاحداثي اصادي (Y) لنقطة على محور السينات (X) يمثل المسافة بين النقطة ونقطة الأصل. حدد خطأ خالد وصححه.

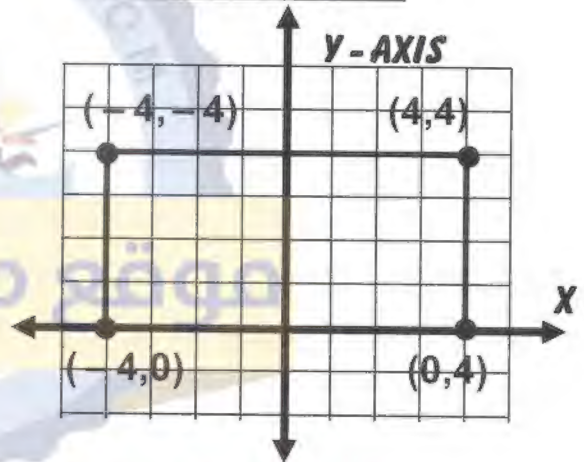
الجواب/ خطأ . الاحداثي السيني هو الذي يمثل المسافة.

27 **حس عددي**: هل ان جدول القيم التالي يمثل شكلا مضلعا سداسيا عند تمثيله على المستوى الاحداثي؟ ولماذا؟

الجواب/ كلا

لان النقاط (4,4) , (0,4) , (-4,-4) , (-4,0)
لو نمثلها على المستوى الاحداثي نحصل على شكل رباعي وليس سداسي.

X	4	0	-4	-4
y	4	4	-4	0



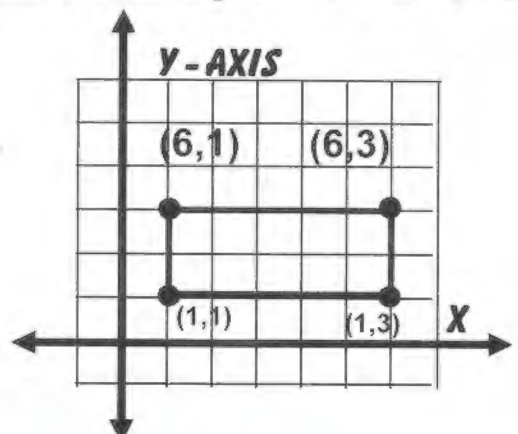
الشكل الناتج رباعي

أكتب

اسم الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم التالي عند تمثيله في المستوى الاحداثي.

X	1	1	6	6
y	3	1	3	1

النقاط هي: (6,1) , (6,3) , (1,1) , (1,3)
ونمثلها على المستوى الاحداثي سنحصل على شكل مستطيل.



الشكل الناتج مستطيل

الدرس السادس

خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

فكرة الدرس :

❖ أستعمال تحديد معقولية الاجابة في حل المسألة..
اليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم :

أراد أحمد ان يقطف عرج تمر من نخلة في حديقة المنزل، فوضع أحمد سلما على النخلة قاعة السلم على الارض تبعد 3 متر من النخلة ونهايته على قلب النخلة الذي يرتفع عن الارض بمقدار 12 متر يقول أحمد ان طول السلم مساو لطول النخلة تقريبا. هل اجابته معقولة؟

أفهم :

ما المعطيات في المسألة: أرتفاع النخلة 12M ووضع سلم بشكل مائل على النخلة بحيث ان قاعدة السلم تبعد من النخلة بمقدار 3M، نهايته السلم على قلب النخلة
المطلوب في المسألة: ايجاد طول السلم.

خطط :

كيف تحل المسألة؟ بما ان اجابة أحمد تقديرية فجد طول السلم بأستعمال نظرية فيثاغورس وقارن بين طول السلم وطول النخلة.

حل :

السلم مع النخلة يضع مثلثا قائم الزاوية، اطوال ضلعيه القائمين هي 3M , 12M وطول الوتر فيه هو طول السلم ويمكن ايجاد طول السلم بتطبيق نظرية فيثاغورس بتقريب الناتج لاقرب عشر

$$L=\sqrt{3^2+12^2}=\sqrt{9+144}=\sqrt{153}\approx 12.369\ m$$

∴ طول السلم هو 12.4 M وهو قريب من طول النخلة لذلك اجابة أحمد معقولة.

تحقق// من نظرية فيثاغورس

$$\sqrt{(12.4)^2-3^2}=\sqrt{153.76-9}$$

وهو مقارب لطول النخلة

$$=\sqrt{144.79}\approx 12.031\approx 12$$

لذا اجابة أحمد معقولة





مسائل :

حل المسائل التالية بأستراتيجية (تحديد معقولية الاجابة)

1 **شراء** : اشترت سرى تلفاز بعدا شاشته 18.2 CM , 36CM قال البائع ان قطر شاشة التلفاز 40CM تقريبا هل اجابته معقولة؟

الحل/ معطيات السؤال هي ابعاده يعني الطول والعرض 18.2CM , 36CM

المطلوب قطر الشاشة ويمكن ان نطبق نظرية فيثاغورس وليكن r هو القطر والذي يمثل (وتر) بالنسبة للمثلث القائم الذي اطوال اضلاعه 32cm , 18.2 cm

$$r=\sqrt{(36)^2+(18.2)^2}=\sqrt{129+33.34}$$

قطر الشاشة $r=\sqrt{1627.24}=40.339...m$

∴ القطر $r\approx 40.3cm$ وهو مقرب لاقرب عشر

لذلك جواب البائع معقول جدا ان قطر الشاشة 40cm تقريبا.

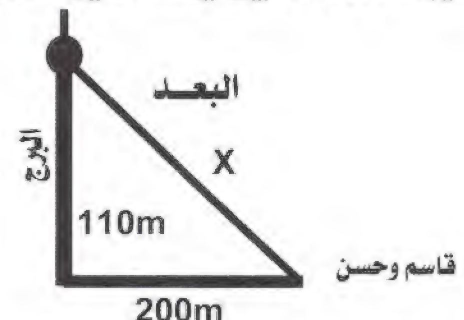
تحقق// ايضا بأستخدام نظرية فيثاغورس

$$\sqrt{(40.3)^2-(36)^2}=\sqrt{1624.09-1296}$$

احد الابعاد $=\sqrt{328.09}\approx 18.113m$

∴ جواب البائع معقول جدا

2 **برج الاتصالات:** وهو برج سياحي يقع في منطقة اليرموك في العاصمة بغداد شيد سنة ١٩٩١م بأرتفاع 204m وفيه المطعم الدوار (المتحرك) على ارتفاع 110m قاسم وحسن يرغبان الصعود الى المطعم الدوار وهما يقفان على بعد 200m من قاعدة البرج ،قال قاسم ان المطعم يبعد منا 250m تقريبا وقال حسن لا يبعد 220m ، بين ايهما تقديره معقول.



نلاحظ ان الشكل المخطط يمثل مثلث قائم الزاوية والمطلوب البعد (بعد المطعم عن قاسم وحسن) يعني الوتر وبعداهما عن قاعدة المطعم 200 متر وارتفاع المطعم 110 متر لذلك $x^2=(200)^2+(110)^2$

بعد المطعم عن قاسم وحسن تقريبا

$$x=\sqrt{40000+12100}=\sqrt{52100}\approx 228.3m$$

لذلك جواب حسن اكثر تقديرا ومعقولية

والتحقق بنفس الطريقة وهو ارتفاع المطعم

$$\sqrt{5212-40000}\approx 110.1\ m$$

لذلك جواب حسن معقول جدا

3 **كرة قدم**: شاهدت نسرين ملعب البصرة الدولي الذي يقع ضمن لمدينة الرياضية في مدينة البصرة والذي يتسع لـ 60000 شخصا متفرجا وقالت ان قطر مساحة كرة القدم 90M تقريبا. هل تقديرها معقول اذا علمت ان ابعاد الساحة هي $80M\times 40M$ ؟

الحل/ يعني ابعاد اساحة 80M , 40M والملعب مستطيل والقطر مع الضلعين يمثلان مثلث قائم الزاوية ونستطيع ان نجد قطر المساحة.

$$x=\sqrt{(80)^2+(40)^2}=\sqrt{6400+1600}$$

$$x=\sqrt{8000}\approx 89.4m$$ تقريبا

∴ جواب نسرين معقول لانه تقريبي.

والتحقق/

$$\sqrt{(89.4)^2-(40)^2}=\sqrt{7992.36-600}$$

$$x=\sqrt{6392.36}\approx 79.9m$$ تقريبا

4 **رياضة**: المسبح الاولبي يكون طوله 50M وعرضه 25M ويكون مقسما على 12 حارة وعمقه اكبر من عشرة أمتار اذ ان رياضة القفز الهوائي من المنصة تحتاج الى عمق كبير وذلك لامان اللاعب قدر باسل قطر المسبح بستة وخمسين مترا هل تقديره معقول؟

نفس الطريقة السابقة في ايجاد قطر الملعب، ابعاد المسبح 50, 25 مترا

$$x=\sqrt{(50)^2+(25)^2}\approx 55.9m$$ تقريبا

لذلك تقدير باسل معقول لان قريب جدا من القطر الحقيقي.




مراجعة الفصل الثاني
Chapter Two Review

المفردات تحفظ جيدا من صفحة 56.

الدرس الاول /

مفهوم الاعداد الحقيقية، وتمثيلها على خط الاعداد

مثال (1) صف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي:

i) $\sqrt{16}=4$ عدد صحيح، عدد نسبي ، عدد حقيقي

ii) $\sqrt{10}\approx 3.1622776$ عدد نسبي ، عدد حقيقي

iii) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$ عدد نسبي ، عدد حقيقي

تدريب (1) صف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً او غير نسبي او غير حقيقي:

i) $\sqrt{25}=5$ عدد صحيح، عدد نسبي ، عدد حقيقي

ii) $\sqrt{21}\approx 4.5825$ عدد نسبي ، عدد حقيقي

iii) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$ عدد نسبي ، عدد حقيقي

مثال (2)

رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاصغر الى الاكبر

$2.828...,\ \sqrt{\frac{12}{5}},\ \sqrt{5}$

$\sqrt{5}\approx 1.594,\sqrt{\frac{12}{5}}\approx 1.549...$

الترتيب $\sqrt{\frac{12}{5}},\sqrt{5},\ 2.828...$

تدريب (2) رتب الاعداد الحقيقية التالية من الاصغر الى الاكبر

$3.238...,\ \sqrt{\frac{7}{2}},\ \sqrt{12}$

$\sqrt{\frac{7}{2}}\approx 1.8708...,\ \sqrt{12}\approx 3.4641$

الترتيب $\sqrt{\frac{7}{2}},3.8708...,\ \sqrt{12}$

الدرس الثاني /

خصائص الاعداد الحقيقية

مثال(1) اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

i) $a+(-a)=(-a)+a=0,\ \forall a,-a\in R$

$\sqrt{5}+(-\sqrt{5})=(-\sqrt{5})+\sqrt{5}=0,\sqrt{5},-\sqrt{5}\in R$

ii) $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1,\forall a\in R,\ a\neq 0$

$\sqrt{17}\times\frac{1}{\sqrt{17}}=\frac{1}{\sqrt{17}}\times\sqrt{17}=1,\forall\sqrt{17}\in R$

تدريب (1) اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

i) $a+b=b+a,\ ab=ba,\ \forall a,-a\in R$

$5+\sqrt{5}=\sqrt{5}+3,\ 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times 2$ ابدال

ii) $a(b+c)=ab+ac,\forall a,b,c\in R$

$3(\sqrt{6}+\sqrt{5})=3\sqrt{6}+3\sqrt{5}$ توزيع

مثال (2)

جد النظير الجمعي للاعداد الحقيقية الاتية:

i) $3\sqrt{2}+5 \rightarrow 3\sqrt{2}+5\ (-3\sqrt{2}-5)$

$=(3\sqrt{2}-3\sqrt{2})+(5-5)$

$=(0)+(0)=0$

ii) $\sqrt{7}-\sqrt{5}+(-\sqrt{7}+\sqrt{5})$

$(\sqrt{7}-\sqrt{7})+(-\sqrt{5}+\sqrt{5})=0+0=0$

لذا نظير العدد $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ هو $-\sqrt{7}+\sqrt{5}$

تدريب (2)

جد النظير الجمعي للاعداد الحقيقية الاتية:

i) $\sqrt{\frac{1}{3}}\rightarrow\sqrt{\frac{1}{3}}+(-\sqrt{\frac{1}{3}})=(-\sqrt{\frac{1}{3}})+\sqrt{\frac{1}{3}}=0$

لذا النظير الجمعي للعدد $\sqrt{\frac{1}{3}}$ هو $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

ii) $5\sqrt{11}-9$

$5\sqrt{11}-9+(-5\sqrt{11}+9)$

$(5\sqrt{11}-5\sqrt{11})+(-9+9)$

$=(0)+(0)=0$

لذا فالنظير الجمعي للعدد $5\sqrt{11}-9$ هو $-5\sqrt{11}+9$

الدرس الثالث /

تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية

مثال (1) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال، التجميع، والتوزيع)

$6\sqrt{8}-5\sqrt{27} \rightarrow 6\sqrt{4\times 2}-5\sqrt{9\times 3}$

$=6\sqrt{4}\sqrt{2}-5\sqrt{9}\sqrt{3}$

$=12\sqrt{2}-15\sqrt{3}$

تدريب (1) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (الابدال، التجميع، والتوزيع)

$9\sqrt{32}-5\sqrt{8} \rightarrow 9\sqrt{16\times2}-5\sqrt{4\times2}$

$=9\sqrt{16}\sqrt{2}-5\sqrt{4}\sqrt{2}$

$=9\times4\sqrt{2}-5\times2\sqrt{2}=36\sqrt{2}-10\sqrt{2}$

$=(36-10)\sqrt{2}=26\sqrt{2}$

مثال (2) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي):

$\frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\times1=\frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{5}\left(4-\sqrt{5}\right)}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}-\sqrt{5}}{5}=\frac{4\sqrt{5}-5}{5}$

تدريب (2) بسط الجملة العددية التالية بأستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي):

$\frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}}\times1$

$=\frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}\left(\sqrt{7}-9\right)}{3\sqrt{7}\sqrt{7}}$

$=\frac{7-9\sqrt{7}}{3\times7}=\frac{7-9\sqrt{7}}{21}$

الدرس الرابع /

تطبيقات على نظرية فيثاغورس

مثال (1)

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد

i) $25 \rightarrow \begin{cases}\sqrt{25}=5 & ,5\times5=25\\ -\sqrt{25}=-5 & ,-5\times-5=25\end{cases}$

ii) $\frac{16}{49} \rightarrow \begin{cases}\sqrt{\frac{16}{49}}=\frac{4}{7} & ,\frac{4}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{16}{49}\\ -\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4} & ,\frac{-4}{7}\times\frac{-4}{7}=\frac{16}{49}\end{cases}$

تدريب (1)

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد

i) $49 \rightarrow \begin{cases}\sqrt{49}=7 & ,7\times7=49\\ -\sqrt{49}=-7 & ,-7\times-7=49\end{cases}$

ii) $1.21 \rightarrow \begin{cases}\sqrt{1.21}=1.1 & ,1.1\times1.1=1.21\\ -\sqrt{1.21}=-1.1 & ,-1.1\times-1.1=1.21\end{cases}$

مثال (2) حدد ما اذا كان المثلث بالاضلاع المعطاة هو قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

9 **13cm,12cm,5cm** نربع الاضلاع

$(13)^2=169,\ (12)^2=144,\ (5)^2=25$

وبما ان $144+25 = 169$ لذا فأنه يحقق عكس نظرية فيثاغورس اي المثلث قائم الزاوية.

تدريب (2) حدد ما اذا كان المثلث بالاضلاع المعطاة هو قائم الزاوية وتحقق من اجابتك:

i) $3cm,\ 5cm,\ \sqrt{34}cm$ نربع الاضلاع

$(3)^2=9,\ (5)^2=25,\ (\sqrt{34})^2=34$

نلاحظ ان $34 = 25 + a$ عليه ان المثلث قائم الزاوية عكس مبرهنة فيثاغورس.

ii) **20cm , 15cm , 25cm**

يترك حلها للطالب

الدرس الخامس /

المستوى الاحداثي

مثال (1) مثل الجدول التالي في مستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثلهُ جدول القيم

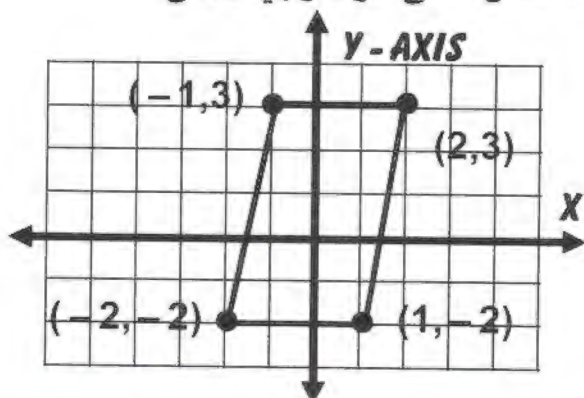
X	2	-1	-2	1
y	3	3	-2	-2

اكتب الازواج المرتبة وهي:

$(2,3)\ ,\ (-1,3)\ ,\ (-2,-2)\ ,\ (1,-2)$

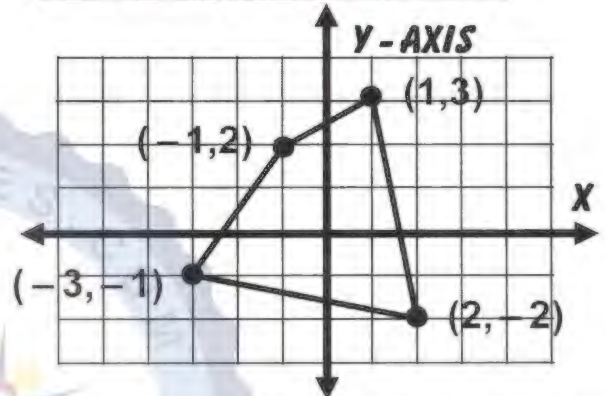
ومثل كل منها على المستوى الاحداثي

الشكل الناتج هو متوازي اضلاع



تدريب (1) مثل الجدول التالي في مستوى الاحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم

X	-1	1	2	-3
y	2	3	-2	-1



اكتب الازواج المرتبة وهي:

(-1,2) , (1,3) , (2,-2) , (-3,-1)

ومثل كل منها على المستوى الاحداثي

اذن الشكل الناتج هو شكل رباعي

اختبار الفصل الثاني
Chapter Test

صنف العدد من حيث كونه عدد نسبي او غير نسبي او غير حقيقي:

1 $-\sqrt{49} = -7$ عدد صحيح، عدد نسبي حقيقي

2 $-\sqrt{13} \approx 3.6055$ غير نسبي، حقيقي

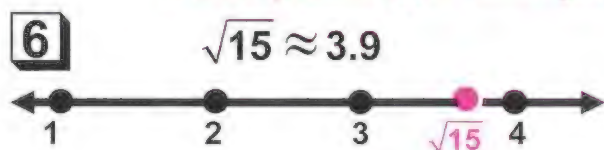
3 $\frac{0}{-6} = 0$ صحيح، نسبي، حقيقي

4 $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ نسبي، حقيقي

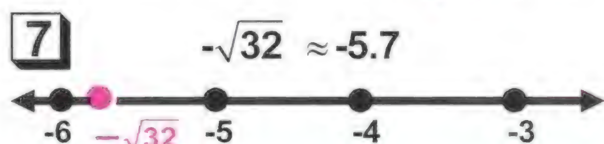
5 $\sqrt{-16}$ عدد غير حقيقي

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عشر.ثم مثلها على مستقيم الأعداد:

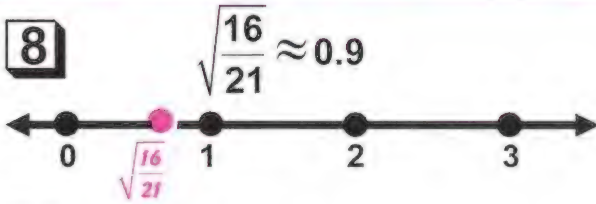
6 $\sqrt{15} \approx 3.9$



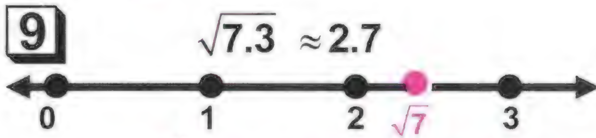
7 $-\sqrt{32} \approx -5.7$



8 $\sqrt{\frac{16}{21}} \approx 0.9$



9 $\sqrt{7.3} \approx 2.7$



قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (> ، < ، =)

10 $\sqrt{17}$ ☐ $4\frac{1}{5}$

$\sqrt{17} \approx 4.123$, $4\frac{1}{5} = 4.25$

$\sqrt{17}$ [<] $4\frac{1}{5}$

11 $-\sqrt{9}$ ☐ $-\sqrt{6.25}$

$-\sqrt{9} = -3$, $-\sqrt{6.25} = -2.5$

$-\sqrt{9}$ [<] $-\sqrt{6.25}$

12 $\frac{0}{\sqrt{7}}$ [=] $\frac{0}{\sqrt{5}}$

$\frac{0}{\sqrt{7}} = 0$, $\frac{0}{\sqrt{5}} = 0$

$\frac{0}{\sqrt{7}}$ [=] $\frac{0}{\sqrt{5}}$

13 **رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر:** 2.236... , 2.25 , 2

2.236..., $\sqrt{2.25} = 1.5$, $\sqrt{2} = 1.414$

الترتيب $\sqrt{2}$, $\sqrt{2.25}$, 2.236...

14 **رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:** $-\sqrt{11}$, $-3\frac{1}{4}$, -3.33

$-\sqrt{11} \approx -3.316...$, $-3\frac{1}{4} = -3.25$, -3.33

الترتيب $-3\frac{1}{4}$, $-\sqrt{11}$, -3.33

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:





15 $1\times a = a\times 1 = a,\ \forall a \in R$

$1\times\sqrt{5}=\sqrt{5}\times 1=\sqrt{5}, \forall\sqrt{5}\in R$

16 $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1,\ \forall a\in R,\ a\neq 0$

$\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{5}=1,\ \forall\sqrt{5}\in R$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

17 $5\sqrt{11}-7$

$5\sqrt{11}-7+(-5\sqrt{11}+7)$

$(5\sqrt{11}-5\sqrt{11})+(-7+7)$

$=(0)+(0)=0$

لذا النظير الجمعي للعدد $5\sqrt{11}-7$

هو العدد $-5\sqrt{11}+7$

18 $-\sqrt{1}-\sqrt{2}$

$-\sqrt{1}-\sqrt{2}+(+\sqrt{1}+\sqrt{2})$

$(-\sqrt{1}+\sqrt{1})+(-\sqrt{2}+\sqrt{2})$

$=(0)+(0)=0$

النظير الجمعي $-\sqrt{1}-\sqrt{2}$ هو $+\sqrt{1}+\sqrt{2}$

19 $\sqrt{12}-\frac{1}{16}$

$\sqrt{12}-\frac{1}{16}+(-\sqrt{12}+\frac{1}{16})$

$(\sqrt{12}-\sqrt{12})+\left(-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\right)$

$=(0)+(0)=0$

لذا النظير الجمعي للعدد $\sqrt{12}-\frac{1}{16}$

هو العدد $-\sqrt{12}+\frac{1}{16}$

20 $\frac{3}{\sqrt{5}}-\frac{4}{\sqrt{5}}$

$\frac{3}{\sqrt{5}}-\frac{4}{\sqrt{5}}+\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}+\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$

$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}-\frac{3}{\sqrt{5}}\right)+\left(-\frac{4}{\sqrt{5}}+\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$

$=(0)+(0)=0$

لذا النظير الجمعي للعدد $\frac{3}{\sqrt{5}}-\frac{4}{\sqrt{5}}$

هو العدد $-\frac{3}{\sqrt{5}}+\frac{4}{\sqrt{5}}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية:

21 $\sqrt{\frac{1}{12}}=\frac{1}{\sqrt{12}}\times\frac{\sqrt{12}}{1}$

النظير الضربي $\sqrt{\frac{1}{12}}$ هو $\frac{\sqrt{12}}{1}$

22 $-6\sqrt{3}-1$

$(-6\sqrt{3}-1)\times\frac{1}{(-6\sqrt{3}-1)}=1$

لذا النظير الضربي للعدد $(-6\sqrt{3}-1)$

هو العدد $\frac{1}{(-6\sqrt{3}-1)}$

23 $\sqrt{5}-\frac{1}{5}$

$\frac{5\sqrt{5}-1}{5}\times\frac{5}{5\sqrt{5}-1}=1$

لذا النظير الضربي للعدد $\sqrt{5}-\frac{1}{5}$

هو العدد $\frac{5}{5\sqrt{5}-1}$

24 $-3\frac{1}{2}-1\frac{4}{3}$

$-3\frac{1}{2}-1\frac{4}{3}=\frac{-7}{2}-\frac{7}{3}$

$=\frac{-21-14}{6}=\frac{-35}{6}\times\frac{6}{-35}=1$

لذا النظير الضربي للعدد $-3\frac{1}{2}-1\frac{4}{3}$

هو العدد $\frac{6}{-35}$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عشر:

25 $\sqrt{\frac{1}{7}} \approx 0.4 \rightarrow \quad 0.4 \times \frac{1}{0.4} = 1$

النظير الضربي $\sqrt{\frac{1}{7}}$ هو $\frac{1}{0.4}$

26 $-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0.6 \rightarrow -0.6 \times \frac{1}{-0.6} = 1$

النظير الضربي $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ هو $\frac{1}{-0.6}$

27 $\sqrt{\frac{11}{25}} \approx 0.7 \rightarrow 0.7 \times \frac{1}{0.7} = 1$

النظير الضربي $\sqrt{\frac{11}{25}}$ هو $\frac{1}{0.7}$

28 $\sqrt{\frac{1}{5.6}} \approx 0.4 \rightarrow 0.4 \times \frac{1}{0.4} = 1$

النظير الضربي $\sqrt{\frac{1}{5.6}}$ هو $\frac{1}{0.4}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية:

29 $\frac{6-2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} = \frac{6-2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} \times 1$

$= \frac{6-2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(6-2\sqrt{3})}{3\sqrt{5}\sqrt{5}}$

$= \frac{6\sqrt{5}-2\sqrt{15}}{3 \times 5}$

30 $\frac{\sqrt{8}-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8}-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 1$

$= \frac{\sqrt{8}-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{8}-7\sqrt{2})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{16}-7 \times 2}{2}$

$= \frac{4-14}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

31 $\frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{27}}{12\sqrt{3}}$

$= \frac{6 \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times 12\sqrt{3}}$

$= \frac{12}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{12} = \sqrt{3}$

32 $\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{32}}$

$= \frac{3 \times 2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} \times \frac{5\sqrt{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$

33 $\sqrt{3}(9+\sqrt{3}) - 2\sqrt{27}$

$= 9\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3}$

$= 9\sqrt{3} + 3 - 6\sqrt{3}$

$= 3\sqrt{3} + 3$

34 $\sqrt{7}(\sqrt{7} - \sqrt{14}) = \sqrt{7}\sqrt{7} - \sqrt{7}\sqrt{14}$

$= 7 - \sqrt{7}\sqrt{7 \times 2} = 7 - 7\sqrt{2}$

35 $\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{11} + \frac{1}{5}(\sqrt{50} - \sqrt{55})$

$= \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{50}}{5} - \frac{\sqrt{55}}{5}$

$= \frac{5\sqrt{11} + \sqrt{250} - \sqrt{275}}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{5\sqrt{11} + \sqrt{25 \times 10} - \sqrt{25 \times 11}}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{5\sqrt{11} + 5\sqrt{10} - 5\sqrt{11}}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{5\sqrt{10}}{5\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{5}} = \sqrt{2}$

36 $9 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{9} = 3 & , 3 \times 3 = 9 \\ -\sqrt{9} = -3 & , -3 \times -3 = 9 \end{cases}$

37 $225 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{225} = 15 & , 15 \times 15 = 225 \\ -\sqrt{225} = -15 & , -15 \times -15 = 225 \end{cases}$

38 $\frac{25}{36} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6} & , \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36} \\ -\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6} & , \frac{-5}{6} \times \frac{-5}{6} = \frac{25}{36} \end{cases}$

39 $1.21 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{1.21} = 1.1 & , 1.1 \times 1.1 = 1.21 \\ -\sqrt{1.21} = 1.1 & , -1.1 \times -1.1 = 1.21 \end{cases}$

40 $10.24 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{10.24} = 3.2 & , 3.2 \times 3.2 = 10.24 \\ -\sqrt{10.24} = 3.2 & , -3.2 \times -3.2 = 10.24 \end{cases}$

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

41 3cm , 5cm , 6cm

$(3)^2=9$, $(5)^2=25$, $(6)^2=36$

نلاحظ ان $9+25 \neq 36$

لذلك المثلث ليس قائم الزاوية

42 7cm , 5cm , $\sqrt{74}$cm

$(7)^2=49$, $(5)^2=25$, $(74)^2=74$

نلاحظ ان $49+25 = 74$

لذلك المثلث قائم الزاوية حسب عكس نظرية فيثاغورس

43 2cm , 1.5cm , 2.5cm

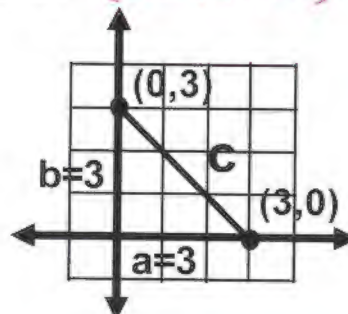
$(2)^2=4$, $(1.5)^2=2.25$, $(2.5)^2=6.25$

نلاحظ ان $4+2.25 = 6.25$

لذلك المثلث قائم الزاوية حسب عكس نظرية فيثاغورس

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عشر إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً.

44 $\{(3,0),(0,3)\}$



a =3
b = 3

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

$c = \pm\sqrt{9+9}$

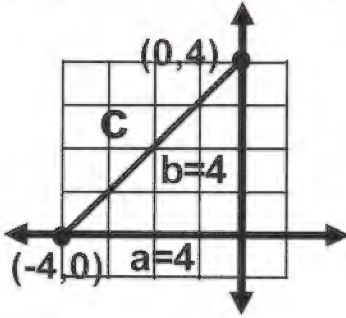
$c = \pm\sqrt{18}$

$c \approx \pm 4.8$

∴ المسافة

4.2 وحدات

45 $\{(-4,0),(0,4)\}$



a =4 b = 4

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

$c = \pm\sqrt{16+16}$

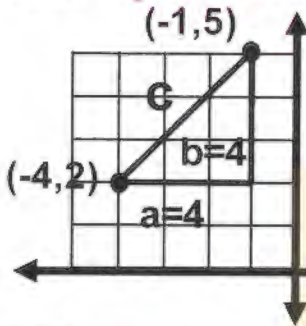
$c = \pm\sqrt{32}$

$c \approx \pm 4.8$

∴ المسافة

5.7 وحدات

46 $\{(-1,5),(-4,2)\}$



a =3 b = 3

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

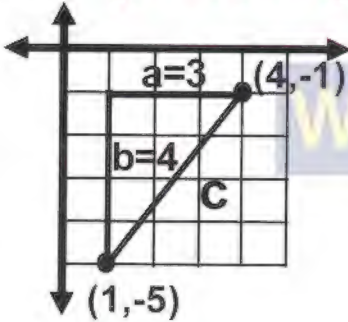
$c = \pm\sqrt{9+9}$

$c = \pm\sqrt{18}$

$c \approx \pm 4.2$

المسافة 4.2 وحدات

47 $\{(4,-1),(1,-5)\}$



a =3
b = 4

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

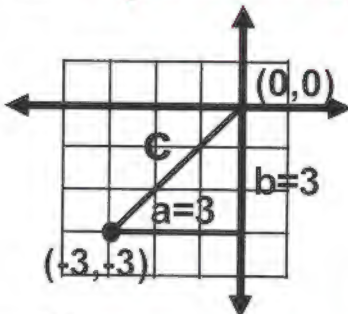
$c = \pm\sqrt{9+16}$

$c = \pm\sqrt{25}$

$c = \pm 5$

المسافة 5 وحدات

48 $\{(0,0),(-3,-3)\}$



a =3 b = 3

$c = \pm\sqrt{a^2+b^2}$

$c = \pm\sqrt{9+9}$

$c = \pm\sqrt{18}$

$c \approx \pm 4.2$

المسافة 4.2 وحدات

49 $\{(-2,-3),(-4,1)\}$

a =2 b = 4 $c = \pm\sqrt{4+16}$

$c = \pm\sqrt{20}$ $c \approx \pm 4.5$

المسافة 4.5 وحدات

الفصل الثالث

((الحدوديات))

الاختبار القبلي Pretest

اكتب المعامل (م) و التغير (غ) في الحدود الجبرية الاتية :

1 $|-2|XY$

المتغير XY المعامل $|-2|$

2 $30R^2V^2$

المتغير R^2V^2 المعامل 30

3 $\sqrt{16}\,H^3K^3$

المتغير H^3K^3 المعامل $\sqrt{16}$

4 $\frac{1}{2}z^2y$

المتغير z^2y المعامل $\frac{1}{2}$

5 $10W^3H$

المتغير W^3H المعامل 10

6 W^5z^2

المتغير W^5z^2 المعامل 1

جد ناتج جميع الحدود الجبرية الاتية : (اخراج عامل مشترك)

7 $5H^2K+10H^2K+\frac{1}{2}H^2K+\left|-\frac{1}{5}\right|H^2K$

$=(5+10+\frac{1}{2}+\left|-\frac{1}{5}\right|)H^2K$

$=(15+\frac{1}{2}+\frac{1}{5})H^2K$

$=\frac{150+5+2}{10}H^2K$

$=\frac{157}{10}H^2K$

8 $X^2y^2z+\frac{1}{3}X^2y^2z+6X^2y^2z$

$=(1+\frac{1}{3}+6)X^2y^2z$

$=\frac{3+1+18}{3}X^2y^2z$

$=\frac{22}{3}X^2y^2z$

9 $2R^2V+\frac{1}{4}R^2V+16R^2V+\left|-\frac{1}{2}\right|R^2V=(2+\frac{1}{4}+16+\left|-\frac{1}{2}\right|)R^2V$

$=(18+\frac{1}{4}+\frac{1}{2})R^2V=\frac{72+1+2}{4}R^2V=\frac{75}{4}R^2V$

10 $|-7|A^2B+14A^2B+\frac{1}{28}A^2B=(|-7|+14+\frac{1}{28})A^2B$

$=(7+14+\frac{1}{28})A^2B=(21+\frac{1}{28})A^2B=\frac{589}{28}A^2B$

11 $10XY+\frac{1}{20}XY+\frac{1}{5}XY+4XY=(10+\frac{1}{20}+\frac{1}{5}+4)XY$

$\frac{200+1+4+80}{20}XY=\frac{285}{20}XY=\frac{57}{4}XY$

12 $7A^2B^2Z+|-18|A^2B^2Z+9A^2B^2Z=(7+|-18|+9)A^2B^2Z$

$=(7+18+9)A^2B^2Z=34A^2B^2Z$

13 $2X^4y^2+\frac{1}{5}X^4y^2+|-\frac{1}{5}|X^4y^2=(2+\frac{1}{5}+|-\frac{1}{5}|)X^4y^2$

$=(2+\frac{1}{5}+\frac{1}{5})X^4y^2=\frac{10+1+1}{5}X^4y^2=\frac{12}{5}X^4y^2$

14 $12G^2H^2+\frac{1}{3}G^2H^2+\frac{1}{4}G^2H^2=(12+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})G^2H^2$

$=\frac{144+4+3}{12}G^2H^2=\frac{151}{12}G^2H^2$

15 $\frac{1}{25}H^2K-15H^2K-5H^2K-|-\frac{1}{5}|H^2K=(\frac{1}{25}-15-5-|-\frac{1}{5}|)H^2K$

$=(\frac{1}{25}-20-\frac{1}{5})H^2K=\frac{1-500-5}{25}H^2K=\frac{-504}{25}H^2K$

16 $16R^2V^2-\frac{1}{32}R^2V^2-64R^2V^2=(16-\frac{1}{32}-64)R^2V^2$

$=(-48-\frac{1}{32})R^2V^2=\frac{-1536-1}{32}R^2V^2=\frac{-1537}{32}R^2V^2$

17 $\frac{2}{3}XY-\frac{10}{6}XY-|-\frac{1}{3}|XY=\left(\frac{2}{3}-\frac{10}{6}-|-\frac{1}{3}|\right)XY$

$=(\frac{2}{3}-\frac{5}{3}-\frac{1}{3})XY=\frac{2-5-1}{3}XY=\frac{-4}{3}XY$

18 $30A^2B^2-5A^2B^2-15A^2B^2=(30-5-15)A^2B^2=10A^2B^2$

19 $|-15|Z^2V^2-|-35|Z^2V^2-5Z^2V^2=(|-15|-|-35|-5)Z^2V^2$

$=(15-35-5)Z^2V^2=-25Z^2V^2$

20 $24W^2Z-\sqrt{144}W^2Z-9W^2Z=(24-\sqrt{144}-9)W^2Z$

$=(24-12-9)W^2Z=3W^2Z$

جد ناتج ضرب الحدود الجبرية الاتية :

21 $(2X)(20Y)=(2X20)(XY)=40XY$

22 $(6Z^2)(3V^2)=((6).(3))(Z^2V^2)=18Z^2V^2$

23 $(|-20|Z)(R^3V^3)=(20Z)(R^3V^3)=20ZR^3V^3$

24 $10Y(2X+60Z+4)=(10Y)(2X)+(10Y)(60Z)+(10Y)(4)$
$=20YX+600YX+40Y$

25 $30Z^2(\frac{1}{3}V^2+\frac{1}{15}V^3y+\frac{2}{30}MN)$

$= (30 Z^2)(\frac{1}{3}V^2) + (30 Z^2)(\frac{1}{15}V^3Y) + (30 Z^2)(\frac{2}{30}MN)$

$= 10 Z^2V^2 + 2 Z^2V^2Y + 2 Z^2MN$

26 $3Y(20 M^2N + 4) = (3Y)(20 M^2N) + (3Y)(4) = 60 Y M^2N + 12Y$

جد القيمة العددية للمقادير الجبرية الاتية :

27 $\frac{1}{2}Z^2Y^2 + 3 ZY + W \quad , W = 2 \; , Z = 4 \; , Y = 3,$

$= \frac{1}{2}(4)^2(3)^2 + 3(4)(3) + 2 \quad = \frac{1}{2} \times 16 \times 9 + 24 + 2 = 72 + 24 + 2 = 98$

28 $3 H^3K^2 - 5H + 4 \quad H = 5 \; , K = 3$ نعوض عن h k بما يساويها

$= 3(5)^3(3)^2 - 5(5) + 4 = 3 \times 125 \times 9 - 25 + 4 = 3354$

29 $|-25|R^2V^2 + \frac{1}{3}V + 5 \quad , R = 1 \; , V = 12$

$= |-25|(1)^2(12)^2 + \frac{1}{3}(1) + 5 = 25 \times 144 + \frac{1}{3} + 5 = 3605.33$

30 $3XY - 2 XY + 6 \quad , X = 2 \; , Y = 10$

$= 3(2)(10) - 2(2)(10) + 6 = 60 - 40 + 6 = 26$

31 **جد المخرجات لقاعدة الدالة للمدخلات الاتية**

المدخلات	قاعدة الدالة $2X^2 + 4$	المخرجات
-2	$2(-2)^2 + 4 = 2 \times 4 + 4 = 12$	12
0	$2(0)^2 + 4 = 0 + 4 = 4$	4
2	$2(2)^2 + 4 = 2 \times 4 + 4 = 12$	12

الدرس الأول // جمع المقادير الجبرية وطرحها

فكرة الدرس : جمع المقادير الجبرية , طرح المقادير الجبرية

المفردات : جمع , طرح واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس

تعلم

- حمولتان من المواد الغذائية تحتوي الحمولة الأولى على الرز و السكر والطحين بالكغم وعلى الترتيب $36 X^3, 20 Y^5, 25 Z^2$ والحمولة الثانية من المواد نفسها وعلى الترتيب $54 X^3, 24 Y^5, 30 Z^2$
- فما مجموع الحمولتين ؟

*** جمع المقادير الجبرية**

تعلمت سابقا جمع الحدود الجبرية المتشابهة وهي ان تجمع المعاملات لنفس الرمز (المتغير) والان في هذا الدرس سنتعرف الى جمع المقادير الجبرية (لكي نجمع مقدارين جبريين) نستعمل خصائص التبديل و التجميع في جمع الحدود المتشابهة

مثال (1) جد مجموع الحمولتين الأولى و الثانية معا من فقرة (تعلم)

الحمولة الأولى $(54X^3+25Y^5+30Z^2)$ و الحمولة الثانية $(36X^3+20Y^5+25Z^2)$

مجموع الحمولتين $=(54X^3+25Y^5+30Z^2)+(36X^3+30Y^5+25Z^2)$

خاصية التجميع $=(54X^3+36X^3)+(25Y^5+20Y^5)+(30Z^2+25Z^2)$

جمع الحدود المتشابهة $90X^3+45Y^5+55X^2$

لذا مجموع الحمولتين بالكيلوغرامات هو $90X^3+45Y^5+55X^2$

مثال (2) جد ناتج جمع المقادير الجبرية الاتية :

i) $(-\frac{1}{6}W^2Z+\sqrt{2}R^2V^2+5H^3K^2)+(\frac{1}{3}W^2Z+\sqrt{2}R^2V+2\sqrt{5}H^3K^2)$

$=(-\frac{1}{6}W^2Z+\frac{1}{3}W^2Z)+(\sqrt{2}R^2V^2+\sqrt{2}R^2V^2)+(\sqrt{5}H^3K^2+2\sqrt{5}H^3K^2)$

$=\frac{1}{3}W^2Z+2\sqrt{2}R^2V^2+3\sqrt{5}H^3K^2$ تجميع اولا ثم جمع الحدود المتشابهة

ii) $(\sqrt{2}XY^2+\frac{1}{5}XY+4\sqrt{3}X^2Y)+(3\sqrt{2}XY^2-\frac{1}{5}XY+\sqrt{3}X^2Y)$

$=(\sqrt{2}XY^2+3\sqrt{2}XY^2)+(\frac{1}{5}XY-\frac{1}{5}XY)+(4\sqrt{3}X^2Y+\sqrt{3}X^2Y)$ تجميع

$=4\sqrt{2}XY^2+0+5\sqrt{3}X^2Y$ جمع الحدود المتشابهة

$=4\sqrt{2}XY^2+5\sqrt{3}X^2Y$ ناتج الجمع

iii) $(|-15|M^2N+12GH+\frac{1}{20}R^2V^3)+(|-45|M^2N+10GH+\frac{2}{30}R^2V^3)$

$=(|-15|M^2N+|-45|M^2N)+(12GH+10GH)+(\frac{1}{20}R^2V^3+\frac{2}{30}R^2V^3)$

$=(15M^2N+45M^2N)+22GH+\frac{3+4}{60}R^2V^3$ تبسيط و جمع

$=60M^2N+22GH+\frac{7}{60}R^2V^3$ ناتج الجمع

مثال (3) محيط مثلث متساوي الاضلاع هو $2N^2+4Y+5$ ومحيط مربع $4N^2+6Y+10$

اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع محيطي المثلث والمربع

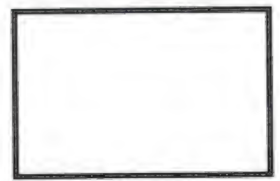
$(2N^2+4Y+5)+(4N^2+6Y+10)$

$=(2N^2+4N^2)+(4Y+6Y)+(5+10)$ خاصية التجميع

$=6N^2+10Y+15$ ناتج جمع المقدارين

$6N^2+10Y+15$ لذا مجموع محيطي المثلث و المربع


$2n^2+4y+5$


$2n^2+6y+10$

*طرح المقادير الجبرية

تعلمنا سابقا طرح الحدود الجبرية المتشابهة أي عند طرح حد جبري من حد جبري اخر نجمع الحد الجبري الأول مع النظير الجمعي للحد الجبري الثاني (تعريف عملية الطرح)
وسوف نتعلم طرح القادير الجبرية و لطرح مقدار جبري من مقدار جبري اخر , اعكس إشارة كل حد من حدود المقادر الجبري الثاني (أي النظير الجمعي للمقدار الجبري)

مثال (4) من المثال الأول جد الفرق بين الحمولتين

$(54X^3, 25Y^2, 30Z^2)$ الحمولة الأولى $54X^3+25Y^2+30Z^2$

$(36X^3, 20Y^2, 25Z^2)$ الحمولة الثانية $36X^3+20Y^2+25Z^2$

الفرق بين الحمولتين $=(54X^3+25Y^2+30Z^2)-(36X^3+20Y^2+25Z^2)$

تغيير إشارة الحدود الجبري في المقدار الثاني $=54X^3+25Y^2+30Z^2-36X^3-20Y^2-25Z^2$

خاصية التجميع $=(54X^3-36X^3)+(25Y^2-20Y^2)+(30Z^2-25Z^2)$

ناتج الطرح $=18X^3+5Y^2+5Z^2$

لذا الفرق بين الحمولتين $18X^3+5Y^2+5Z^2$

مثال (5) جد ناتج طرح المقادير الجبرية :

(i) $(3\sqrt{2}XY-|-2|ZW-4R^2V^2),(2\sqrt{2}XY-10ZW+4R^2V^2)$

اطرح المقدار الثاني من الأول

$=(3\sqrt{2}XY-|-2|ZW-4R^2V^2)-(2\sqrt{2}XY-10ZW+4R^2V^2)$

إضافة النظير الجمعي $=(3\sqrt{2}XY-2ZW-4R^2V^2)+(-2\sqrt{2}XY+10ZW-4R^2V^2)$

جمع الحدود المتشابهة $=(3\sqrt{2}XY-2\sqrt{2}XY)+(-2ZW+10ZW)+(-2R^2V^2-4R^2V^2)$

ناتج الطرح $=\sqrt{2}XY+8ZW-6R^2V^2$

(ii) إضافة النظير الجمعي للمقدار الثاني $(3X^2-15Y-6)-(7X^2-9Y+6)$

أي نغير إشارات حدود المقدار الثاني $=(3X^2-15Y-6)+(-7X^2+9Y-6)$

تجمع $=(3X^2-7X^2)+(-15Y+9Y)+(-6-6)$

ناتج الطرح $=-4X^2-6Y-12$

مثال (6) نافورة مربعة الشكل مساحتها $(3M^2-4M+5)$ متر مربع تقع في منتصف حديقة مستطيلة الشكل مساحتها $(2M^2-2M-6)$ متر مربع ما مساحة الحديقة المحيطة بالناقورة ؟

مساحة الحديقة $(3M^2-4M+5)-(2M^2-2M-6)$

اضافة النظير الجمعي $=(3M^2-4M+5)+(-2M^2+2M+6)$

$= (3M^2 - 2M^2) + (-4M + 2M) + (5 + 6)$

$= M^2 - 2M + 11$ ناتج الطرح

لذا مساحة الحديقة متراً مربعاً $M^2 - 2M + 11$

تأكد من فهمك

جد جمع المقادير الجبرية الاتية :

1 $(20X^2Y^2 + \frac{1}{2}Z^3W^2 + 5), (20X^2Y^2 + \frac{3}{2}Z^3W^2 + 10)$

احصر الحدود المتشابهة بين قوسين $(20X^2Y^2 + \frac{1}{2}Z^3W^2 + 5) + (20X^2Y^2 + \frac{3}{2}Z^3W^2 + 10)$

$= (20X^2Y^2 + 20X^2Y^2) + (\frac{1}{2}Z^3W^2 + \frac{3}{2}Z^3W^2) + (5 + 10)$

اجمع الحدود المتشابهة $= (40X^2Y^2) + \frac{1+3}{2}Z^3W^2 + 15$

ناتج الجمع $= 40X^2Y^2 + Z^3W^2 + 15$

2 $(\sqrt{2}\,H^3 + 2\,K^2Y + 9), (2\sqrt{2}\,H^3 + K^2Y + 6)$

$(\sqrt{2}\,H^3 + 2\,K^2Y + 9) + (2\sqrt{2}\,H^3 + K^2Y + 6)$

التجميع $= (\sqrt{2}\,H + 2\sqrt{2}\,H^3) + (2\,K^2Y + K^2Y) + (9 + 6)$

ناتج الجمع $= 3\sqrt{2}\,H^3 + 3\,K^2Y + 15$

3 $(|-\sqrt{5}|\,M^3N^2 + \frac{1}{5}R^2V^2 + 3), (5\sqrt{5}\,M^3N^2 + 2\,R^2V^2 + 4)$

اجمع المقدارين $(|-\sqrt{5}|\,M^3N^2 + \frac{1}{5}R^2V^2 + 3) + (5\sqrt{5}\,M^3N^2 + 2\,R^2V^2 + 4)$

خاصية التجميع $= (|-\sqrt{5}|\,M^3N^2 + 5\sqrt{5}\,M^3N^2) + (\frac{1}{5}R^2V^2 + 2R^2V^2) + (3 + 4)$

$= 6\sqrt{5}\,M^3N^2 + \frac{1+10}{5}R^2V^2 + 7 = 6\sqrt{5}\,M^3N^2 + \frac{11}{5}R^2V^2 + 7$

جد طرح المقادير الجبرية الاتية :

4 $(7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y^2 + \sqrt{7}), (6M^2N^2 + \frac{2}{9}Y^2 + 2\sqrt{7})$

اطرح المقدار الثاني من المقدار الاول $(7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y^2 + \sqrt{7}) - (6M^2N^2 + \frac{2}{9}Y^2 + 2\sqrt{7})$

اضافة النظير الجمعي للقوس الثاني $= (7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y^2 + \sqrt{7}) + (-6M^2N^2 - \frac{2}{9}Y^2 - 2\sqrt{7})$

$= (7M^2N^2 - 6M^2N^2) + (\frac{1}{3}Y^2 - \frac{2}{9}Y^2) + (\sqrt{7} - 2\sqrt{7}) = M^2N^2 + \frac{1}{9}Y^2 - \sqrt{7}$

5 $(8A^3B + 10Z - 4), (2A^3B + 5Z + 3)$ اطرح القوس الثاني من الاول

اطرح القوس الثاني من الاول $(8A^3B + 10Z - 4), (2A^3B + 5Z + 3)$

$(8A^3B + 10Z - 4) - (2A^3B + 5Z + 3) = (8A^3B + 10Z - 4) + (-2A^3B - 5Z - 3)$

$= (8A^3B - 2A^3B) + (10Z - 5Z) + (-4 - 3) = 6A^3B + 5Z - 7$

6 $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9), (5HK - Y - 8)$

اطرح القوس الثاني من القوس الاول $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9) - (5HK - Y - 8)$

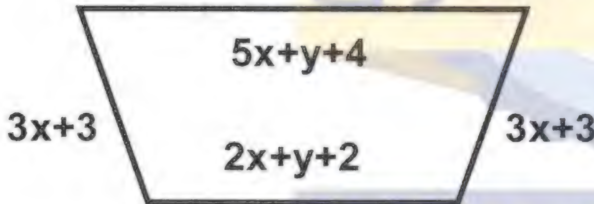
اضافة النظير الجمعي للقوس الثاني $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9) + (-5HK + Y + 8)$

اضافة النظير الجمعي للقوس الثاني $(\frac{1}{25}HK + 2Y - 9) + (-5HK + Y + 8)$

خاصية التجميع $(\frac{1}{25}HK - 5HK) + (2Y + Y) + (-9 + 8)$

ناتج الطرح $= \frac{1 - 125}{25}HK + 3Y - 1 = \frac{-24}{25}HK + 3Y - 1$

7 **ما محيط الشكل المجاور**



المحيط = مجموع الاضلاع الأربعة

المحيط $= (5X + Y + 4) + (2X + Y + 2) + (3X + 3) + (3X + 3)$

خاصية التجميع $= (5X + 2X + 3X + 3X) + (Y + Y) + (4 + 2 + 3 + 3)$

ناتج الجمع $= 13X + 2Y + 12$

لذا محيط الشكل من الوحدات $13X + 2Y + 12$

تدرب وحل التمرينات

اجمع المقادير الجبرية الاتية :

8 $(|-12|X^2Y^2Z + 2AB + 4), (X^2Y^2Z + AB - 2)$

اجمع القوسين $(|-12|X^2Y^2Z + 2AB + 4) + (X^2Y^2Z + AB - 2)$

تجميع اجمع الحدود المتشابهة $= (12X^2Y^2Z + X^2Y^2Z) + (2AB + AB) + (4 - 2)$

ناتج الجمع $= 13X^2Y^2Z + 3AB + 2$

9 $(4\sqrt{2}R^2V^2 + 2HK + 3), (\sqrt{2}R^2V^2 + 5HK + 6)$

اجمع القوسين $(4\sqrt{2}R^2V^2 + 2HK + 3) + (\sqrt{2}R^2V^2 + 5HK + 6)$

خاصية التجميع $= (4\sqrt{2}R^2V^2 + \sqrt{2}R^2V^2) + (2HK + 5HK) + (3 + 6)$

ناتج الجمع $= 5\sqrt{2}R^2V^2 + 7HK + 9$

10 $(\frac{1}{10}2W + 10X + 2), (\frac{2}{5}2W + 10X + 2)$

$(\frac{1}{10}2W + 10X + 2) + (\frac{2}{5}2W + 10X + 2)$

$= (\frac{1}{10}2W + \frac{2}{5}2W) + (10X + 10X) + (2 + 2)$

$= \frac{1+4}{10}2W + 20X + 4 = \frac{1}{2}2W + 20X + 4$ ناتج الجمع

جد طرح المقادير الجبرية الاتية :

11 $(7M^2N^2 - |3|Y + \sqrt{7}), (7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y - 2\sqrt{7})$

$(7M^2N^2 - |3|Y + \sqrt{7}) - (7M^2N^2 + \frac{1}{3}Y - 2\sqrt{7})$ اطرح القوس الثاني من الاول

$= (7M^2N^2 - |3|Y + \sqrt{7}) + (-7M^2N^2 - \frac{1}{3}Y + 2\sqrt{7})$ اجمع مع النظير الجمعي للقوس الثاني

$= (7M^2N^2 - 7M^2N^2) + (-3Y - \frac{1}{3}Y) + (\sqrt{7} + 2\sqrt{7})$

$= 0 + \frac{-9-1}{3}Y + 3\sqrt{7} = \frac{-10}{3}Y + 3\sqrt{7}$ ناتج الطرح

12 $(8A^3B + 10Z - 4), (2A^3B + 5Z + 3)$

$(8A^3B + 10Z - 4) - (2A^3B + 5Z + 3)$ اطرح القوس الثاني من الاول

$= (8A^3B + 10Z - 4) + (-2A^3B - 5Z - 3)$ غير اشارات القوس الثاني

$= (8A^3B - 2A\sqrt{3B}) + (10Z - 5Z) + (-4 - 3)$ خاصية التجميع

$= 6A^3B + 5Z - 7$ ناتج الطرح

13 $(\frac{1}{25}HK + 2X - 9), (\frac{1}{5}HK - 10X - 8)$

$(\frac{1}{25}HK + 2X - 9) - (\frac{1}{5}HK - 10X - 8)$ اجراء عملية الطرح

$= (\frac{1}{25}HK + 2X - 9) + (-\frac{1}{5}HK + 10X + 8)$ غير اشارة القوس الثاني

$= (\frac{1}{25}HK - \frac{1}{5}HK) + (2X + 10X) + (-9 + 8) = \frac{-124}{5}HK + 12K - 1$

تدرب وحل مسائل حياتية :

14 كهربائية : في احدى محال الأجهزة الكهربائية بيعت في شهر اذار أجهزة الغسالات بمبلغ $(\sqrt{2}X^3 + \frac{1}{2}YZ + 4)$ دينار وأجهزة التبريد بمبلغ $(\sqrt{2}X^3 + 4YZ + 8)$ دينار ما مجموع المبيعات للمحل في شهر اذار ؟

$(\sqrt{2}X^3 + \frac{1}{2}YZ + 4) + (\sqrt{2}X^3 + 4YZ + 8)$

$= (\sqrt{2}X^3 + \sqrt{2}X^3) + (\frac{1}{2}YZ + 4YZ) + (4 + 8)$

$= 2\sqrt{2}X^3 + \frac{9}{2}YZ + 12$ مجموع مبالغ المبيعات

15 محطات : انطلق قطاران من المحطة نفسها باتجاهين متعاكسين اصبح احدهما على بعد $(|2|X^2 + 4Y + 20)$ كيلومتر من المحطة في حين اصبح القطار الثاني على بعد $(4X^2 + 10Y + 2)$ كيلو متر من المحطة جد المسافة بين القطارين

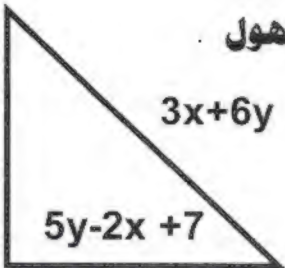
$(|2|X^2 + 4Y + 20) + (4X^2 + 10Y + 2) = (|2|X^2 + 4X^2) + (4Y + 10Y) + (20 + 2)$

$= 6X^2 + 14Y + 22$ ناتج الجمع

المسافة بين القطارين من الكيلومترات $6X^2 + 14Y + 22$

فكر

16 تحد : اذا كان محيط المثلث المجاور $4X + 12Y + 8$ متر, فما طول الضلع المجهول .



الحل// نجمع طول الضلعين المذكورين ونطرح الناتج من محيط المثلث :

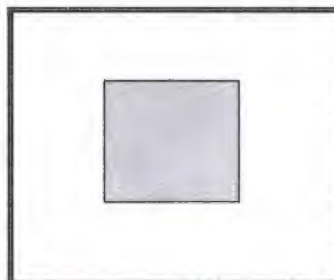
$(3X + 6Y) + (5Y - 2X + 7) = (3X - 2X) + (6Y + 5Y) + 7$

$= X + 11Y + 7$ مجموع الضلعين

$(4X + 12Y + 8) - (X + 11Y + 7) = 4X + 12Y + 8) + (-X - 11Y - 7)$

$= (4X - X) + (12Y - 11Y) + (8 - 7) = 3X + Y + 1$ طول الضلع الثالث

17 تطبيق هندسي : في الشكل المجاور مساحة المربع الكبير $(2X^2 + 24X + 3)$ متر مربع ومساحة المربع الصغير $(X^2 - 21X + 1)$ متر مربع و الفرق بين مساحة المربع الكبير و المربع الصغير ؟



$(2X^2 + 24X + 3) - (X^2 - 21X + 1) =$

$(2X^2 + 24X + 3) + (-X^2 + 21X - 1) =$

$(2X^2 - X^2) + (24X + 21X) + (3 - 1) =$

$X^2 + 45X + 2$ الفرق بين المساحتين

18 حس عددي : ما المقدار الذي تطرحه من $(7X^2 - 4Y^2 + 5)$ لتحصل على الناتج $(X^2 + 3)$ ؟

الحل // $(X^2 + 3)$ هو ناتج الطرح

$(7X^2 - 4Y^2 + 5)$ هو المطروح منه و المطلوب هو مقدار المطروح

ناتج الطرح - المطروح منه = المطروح

$= (7X^2 - 4Y^2 + 5) - (X^2 + 3) = (7X^2 - 4Y^2 + 5) + (-X^2 - 3)$

$= (7X^2 - X^2) + (-4Y^2) + (5 - 3) = 6X^2 - 4Y^2 + 2$ المطروح

أي المقدار الذي يجب ان يطرح لتحصل على $X^2 + 3$

اكتب

مسألة من واقع الحياة عن جمع وطرح المقدارين الجبريين.

1 جمع مقدارين : اذا كان انتاج حقل نقطي في البصرة $2X^2 - 3Y + 10$ برميلا من النقط في اليوم الواحد مقابل حقل نفطي اخر في كركوك انتاجه $X^2 + Y + 9$ برميلا من النفط في اليوم الواحد ما مجموع انتاج الحقلين في اليوم الواحد ؟

$(2X^2 - 3Y + 10) + (X^2 + Y + 9) =$

$(2X^2 + X2) + (-3Y + Y) + (10 + 9) = 3X^2 - 2Y + 19$ برميلا انتاج الحقلين

2 طرح مقدارين : انتاج محطة كهرباء في بغداد $(2KH^2 + 5XZ)$ أمبير في الساعة الواحدة ومحطة أخرى $(KH^2 - 10XZ)$ أمبير في الساعة .. ما الفرق بين انتاج كل من المحطتين ؟

$(2KH^2 + 5XZ) - (KH^2 - 10XZ) = (2KH^2 + 5XZ) + (-KH^2 - 10XZ) = KH^2 - 5XZ$ أمبير

الدرس الثاني //

ضرب حد جبري في مقدار جبري

فكرة الدرس :

ضرب حد جبري في حد جبري

ضرب حد جبري في مقدار جبري

المفردات المستعملة هي : حد جبري , مقدار جبري

***ضرب حد جبري في حد جبري :**

تعلمت عزيزي الطالب في دروس سابقة ضرب حد جبري في حد جبري اذا كانت المتغيرات مختلفة يعني تضرب الاشارت أولا ثم الاعداد ومن ثم نضرب الرموز لكن في هذا الدرس سنستخدم الخواص التالية في ضرب حد جبري في حد جبري اخر

(i) $a^{nm} = (a^n)^m$ تسمى قاعدة الرفع

(ii) $a^n a^m = a^{n+m}$ عند الضرب تجمع الاسس لنفس الاساس

(iii) $a^0 = 1$ كل عدد اسه صفرا =1

تعلم

مثال (1) صنع احمد صندوقا من الخشب قاعدته مستطيلة الشكل اذا كان طول الصندوق بالسنتمترات ($\sqrt{10}M^2N^2$) وعرضه بالسنتمترات ($\sqrt{5}M^2N^2$) ما مساحة قاعدة الصندوق ؟

الحل // مساحة قاعدة الصندوق = الطول × العرض (لانه مستطيل)

$$A=(\sqrt{10}M^2N^2)\times(\sqrt{5}M^2N^2)$$
$$=(\sqrt{10})(\sqrt{5})M^{2+2}N^{2+2}=\sqrt{50}\ M^4.N^4=5\sqrt{2}M^4N^4$$

∴ مساحة المستطيل $5\sqrt{2}M^4N^4$ من السنتمترات المربعة

مثال (2) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(i) $(4X^3Y^4)(6X^5Y^5)=(4\times6)(X^3.X^5)(Y^4Y^5)=24X^8Y^9$

(عند ضرب حد جبري في حد جبري نضرب المعاملات اولا مع اشاراتها كذلك نضرب المتغيرات)

(ii) $(9H^2K)(-2H^3K)=(9\times-2)(H^2.H^3)(K.K)=-18H^5K^2$ خاصية التجميع

(iii) $(|-12|R^2V)(|-4|R^2VN)=(12\times4)(V.V)N=48\ R^4V^2N$

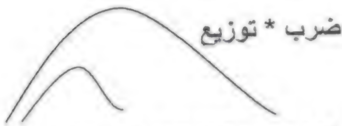
(iv) $(\sqrt{36}\ Z^2W^2)(6ZK)=(6\times6)(Z^2.Z)W^2.K=36\ Z^3W^2K$

(v) $(\sqrt{7}\ G^2H^2)(\sqrt{14}G)=(\sqrt{7}.\sqrt{14})(G^2.G)H^2=7\sqrt{2}\ G^3H^2$

(vi) $(\frac{5}{7}A^3B^3)(\frac{49}{25}A^{-2}B^{-3})=(\frac{5}{7}\times\frac{49}{25})(A^3.A^{-2})(B^3.B^{-3})=\frac{7}{5}A^1B^0=\frac{7}{5}A$

***ضرب حد جبري في مقدار جبري :**

تعلمت سابقا ضرب حد جبري في مقدار جبري اذا كانت المتغيرات مختلفة وذلك بطريقة التوزيع و الان سنتعلم ضرب حد جبري بمقدار جبري اذا كانت الاساسات متشابهة (المتغيرات) او مختلفة بأستعمال خاصية التوزيع أيضا واليك الأمثلة التالية توضح لك عملية الضرب



مثال (3) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

i) $-5H^2K(3H^4K^2+6H^2K)=(-5H^2K)(3H^4K^2)+(-5H^2K)(6H^2K)$
$=(-5\times3)(H^2H^4)(KK^2)+(-5\times6)(H^2H^2)(KK)$
$=-5H^6K^3-30H^4K^2$

ii) $3M^3N^4(1-5M\ N^5)=(3M^3N^4)(1)-(3M^3N^4)(5M\ N^5)$
$=3M^3N^4-(3\times5)(M^3M^1)(N^4N^5)$
$=3M^3N^4-15M^4N^9$ عند الضرب تجمع الاسس لنفس الاساس

iii)
$\frac{1}{3}X^2Y(\frac{1}{2}XY^2Z+4X^{-2}YZ)=(\frac{1}{3}X^2Y)(\frac{1}{2}XYZ)+(\frac{1}{3}X^2Y)(4X^{-2}YZ)$
$=(\frac{1}{3}.\frac{1}{2})(X^2.X)(Y.Y^2)Z+(\frac{1}{3}.4)(X^2.X^{-2})(Y.Y)Z$

$$\frac{1}{6}X^3y^3z+\frac{4}{3}X^0y^2z=\frac{1}{6}X^3y^3z+\frac{4}{3}y^2z$$

iv)

$$\sqrt{5}(5Z^2W^2+5ZW+2)=\sqrt{5}(5)Z^2W^2+(\sqrt{5}\sqrt{5})ZW+2\sqrt{5}$$
$$=5\sqrt{5}Z^2W^2+5ZW+2\sqrt{5}$$

(v) $\sqrt{2}\,X^3y(3\sqrt{2}X^{-2}y^{-1}-\sqrt{2}\,X^{-3}y^2$

$$(\sqrt{2})(3\sqrt{2})X^3.X^{-2}\,y.y^{-1}-(\sqrt{2})(\sqrt{5})(X^3.X^{-3})(y.y^2)$$
$$=6\,X^1\,y^0-\sqrt{10}\,X^0\,y^3=6X-\sqrt{10}y^3$$

مثال (4) **ملعب مستطيل الشكل طوله بالامتار $(4X^2)$ وعرضه بالامتار $(2X^3-4XY-3)$ ما مساحة الملعب ؟**

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$A=4X^2(2X^3-4XY-3)=8X^5-16X^3y-12X^2$ من الامتار المربعة

تأكد من فهمك

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

1. $(\frac{\sqrt{3}}{4}M^2N)(2M^3)=(\frac{\sqrt{3}}{4}\quad 2)M^{2+3}N=\frac{\sqrt{3}}{2}M^5N$

2. $(20\,X^{-5}yz)(10\,Xy)=(20\quad 10)X^{-5+1}y^{1+1}z=200\,X^{-4}y^2z$

3. $(8R^3V^2)(|-5|R^2V+6R^2V^2)=$ بأستخدام خاصية التوزيع

$$(8R^3V^2)(|-5|R^2V)+(8R^3V^2)(6R^2V^2)$$
$$(8\quad 5)R^{3+3}\,V^{2+2}+(8\quad 6)R^{3+2}\,V^{2+2}$$
$$=40\,R^6V^4+48\,R^5V^4$$

4. $(\sqrt{2}\,X^2y^2(\sqrt{2}\,Xy^5-y^5)$

$=(\sqrt{2}\,X^2y^2)(\sqrt{2}Xy^5)-(\sqrt{2}X^2y^2)(y^5)$ توزيع

$=(\sqrt{2}\sqrt{2})(X^2.X)(y^2y^5)-\sqrt{2}X^2(y^2.y^5)$ تجميع

$=2\,X^3y^7-\sqrt{2}\,X^2y^7$

5. $\sqrt{7}Z^2W(Z^{-1}WY+2\sqrt{7}Z^4WY)$

$=(\sqrt{7}Z^2W)(Z^{-1}WY)+(\sqrt{7}Z^3W)(2\sqrt{7}Z^4WY)$

$=\sqrt{7}Z^{2-1}W^{1+1}Y+2\sqrt{7}.\sqrt{7}Z^{2+4}.W^{1+1}Y$ توزيع

$=\sqrt{7}\,ZW^2Y+14Z^6W^2Y$ وضرب مباشر

6 $\frac{1}{4}H^2K(\frac{\sqrt{16}}{4}H^{-2}KR + 6\,HK^{-1}R^2 + \sqrt{8})$ استخدم خاصية التوزيع

$= (\frac{1}{4}H^2K)(\frac{\sqrt{16}}{4}H^{-2}KR) + (\frac{1}{4}H^2K)(6\,HK^{-1}R^2) + (\frac{1}{4}H^2K)(\sqrt{8})$

$= \frac{1}{4}H^{2-2}K^{1+1}R + \frac{6}{4}H^{2+3}K^{1-1}R^2 + \frac{\sqrt{8}}{4}H^2K$ عند الضرب تجمع الاسس لنفس الاساس

$= \frac{1}{4}K^2R + \frac{2}{3}H^5R^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}H^2K$

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

7 $(M^4N)(M^3N^{-4}) = M^{4+3}N^{1-4} = M^7N^{-3}$

8 $(\sqrt{5}\,A^2B^2C^3)(2\sqrt{5}\,A^4) = (\sqrt{5})(2\sqrt{5})A^{2+4}B^2C^3 = 10A^6B^2C^3$

9 $-7R^4Vy^3(5RV^4y^2) = (-7\times 5)R^{4+1}V^{1+4}y^{3+2} = -35R^5V^5y^5$

10 $\sqrt[3]{-27}\,x^2y^2(\sqrt{-8}\,XYZ) = (\sqrt[3]{-27}.\sqrt[3]{-8})X^{2+1}.y^{2+1}Z$

$= (-3\times -2)X^3y^3Z = 6X^3y^3Z$

11 $(y^{-2})(XY) = Xy^{-2+1} = Xy^{-1}$

12 $(|-3|Z)(WX^4Z^{-3}) = 3\,WX^4Z^{-3+1} = 3\,WX^4Z^{-2}$

13 $(8\,W^{-4})(7\,W^{-5}) = 56\,W^{-4-5} = 56W^{-9}$

14 $-3XY^2Z(5X^4y^2 + 4XY^2Z - 6X^2y^2Z^3)$ استخدم خاصية التوزيع

$= (-3XY^2Z)(5X^4y^2) + (-3XY^2Z)(4XY^2Z) - (-3XY^2Z)(6X^2y^2Z^3)$

$= (-15)X^5y^4Z + (-12)X^2y^4Z^2 - (-18)X^3y^4Z^4$

$= -15X^5y^4Z - 12X^2y^4Z^2 + 18X^3y^4Z^4$ قاعدة ضرب الاسس استخدمنا

15 $\frac{1}{2}AB^2C(2A^{-1}B^{-2}C^{-1}) = (\frac{1}{2}.2)A^{1-1}B^{2-2}C^{1-1} = 1.A^0B^0C^0 = 1$

16 $(5A^2B + 4A^3B - \frac{1}{2}ABC^2).8A^{-2}B$

$= (5\quad 8)A^{2-2}B^{1+1} + (4\quad 8)A^{3-2}B^{1+1} - (\frac{1}{2}\quad 8)A^{1-2}B^{1+1}C2$ توزيع

$= 40A^0B^2 + 32A^1B^2 - 4A^{-1}B^2C^2 = 40B^2 + 32AB^2 - 4A^{-1}B^2C^2$

17

$HK(6H^2K^2 - 7H^2y + 22Y)$ استخدم خاصية التوزيع

$= (HK)(6H^2K^2) - (HK)(7H^2Y) + (HK)(22Y)$

$= 6H^{1+2}K^{1+2} - 7H^{1+2}HKY + 2HKZY$

$= 6H^3K^3 - 7H^3KY + 2HKZY$

18 $12X^6y^7(1 - \frac{1}{2} - X^3y) = 12X^6y^7(\frac{1}{2} - X^3y)$ استخدام خاصية التوزيع

$= 6X^6y^7 - 12X^{6+3}y^{7+1} = 6X^6y^7 - 12X^9y^8$

19 $\frac{-1}{3}R^2(R^2 - \sqrt{7}R^2VY) = \frac{-1}{3}R^2.R^2 + \frac{\sqrt{7}}{3}R^2.R^2VY$

$= \frac{-1}{3}R^4 + \frac{\sqrt{7}}{3}R^4VY$

20 $4AB(A^2B - \sqrt[3]{64}\,ABC) = 4A^{1+2}B^{1+1} - 4\sqrt[3]{64}A^{1+1}B^{1+1}C$

$= 4A^3B^2 - 16A^2B^2C$

21 $X^{-4}(X - X^3y^5 + \sqrt{2}X^{-2}) = X^{-4+1} - X^{-4+3}y^5 + \sqrt{2}X^{-4-2}$ توزيع

$= X^{-3} - X^{-1}y^5 + \sqrt{2}X^{-6}$

22 $5M^{-3}(2M + NZ^4 + 4) = 10M^{-3+1} + 5M^{-3}NZ^4 + 20M^{-3}$

$= 10M^{-2} + 5M^{-3}N - 4 + 20M^{-3}$

23 $|-3|R^2V^2(|4|RV + 25) = 3R^2V^2(4RV + 25)$ توزيع

$= 12R^{2+1}V^{2+1} + 75R^2V^2$ خاصية ضرب الاسس

$= 12R^3V^3 + 75R^2V^2$

24 $\frac{1}{6}YZ(36Y^2Z^2 + 6YZ + 36)$ استعمل خاصية التوزيع

$= (\frac{1}{6}YZ)(36Y^2Z^2) + (\frac{1}{6}YZ)(6YZ) + (\frac{1}{6}YZ)(36)$

$= 6Y^{1+2}Z^{1+2} + Y^{1+1}Z^{1+1} + 6YZ$

$= 6Y^3Z^3 + Y^2Z^2 + 6YZ$

25 $\sqrt{9}\,GH(2G^4H^2 + 3GH + 5)$ استعمل خاصية التوزيع

$= (\sqrt{9}\,GH)(2G^4H^2) + (\sqrt{9}\,GH)(3GH) + (\sqrt{9}\,GH)(5)$

$= 3 \times 2G^{1+4}H^{1+2} + 3 \times 3G^{1+1}H^{1+1} + 3 \times 5GH$

$= 6G^5H^3 + 9G^2H^2 + 15GH$

26 $|-8|\, z^6W^5(|-2|\, z^{-6}W^{-5} + \frac{1}{4}z^{-4}W^{-5})$

$= (8\, z^6W^5)(2\, z^{-6}W^{-5}) + (8\, z^6W^5)(\frac{1}{4}z^{-4}W^{-5})$ توزيـع

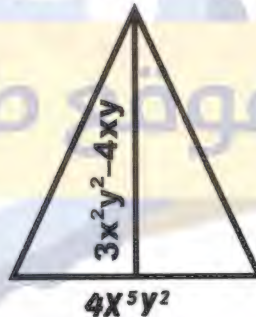
$= 16\, z^0.W^0 + 2\, z^2W^0$ جمـع الاسـس عنـد الضـرب لنفـس الاسـاس

$= 16 + 2\, z^2$

تدرب وحل مسائل حياتية :

27 **هندسة :** مثلث طول قاعدته بالسنتمترات $5XY^2$ وارتفاعه بالسنتمترات $(3\, X^2Y^2 - 4\, XY)$ ما مساحة المثلث ؟

الحل // مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع



$A = \frac{1}{2}(5\, XY^2)(3X^2y^2 - 4\, XY)$

$= (\frac{5}{2}XY^2)(3\, X^2y^2) - (\frac{5}{2}XY^2)(4\, XY)$

$= \frac{15}{2}X^3y^4 - 10\, X^2y^3$ النـــاتج

$\frac{15}{2}X^3y^4 - 10\, X^2y^3$ لـذا مسـاحة المثلـث

28 **تكنولوجيا :** اشترك احمد في خدمة الانترنت بسرعة في حين تزيد سرعة اشتراك محمد بمقدار $5XY^{-2}$ عن سرعة اشتراك احمد , فما سرعة اشتراك أنور التي تمثل حاصل ضرب سرعتي اشتراك احمد ومحمد ؟

$4\, X^5y^2 + 5\, XY^{-2}$ سرعة اشتارك محمد

$4\, X^5y^2(4\, X^5y^2 + 5\, XY^{-2}) =$ سرعة اشتارك انـور

$16\, X^{10}y^4 + 20X^6y^0 = 16X^{10}y^4 + 20X^6$

29 **احياء :** اذا كان عدد افراد مملكة النحل $10\, W^3Z$ وتضاعفت بمقدار $5\, Z^2$ فكم اصبح عدد النحل؟
لايجاد عدد النحل نضرب مقدار التضاعف في عدد افراد المملكة

$(5\, Z^2)(10\, W^3Z) = 50\, W^3Z^3$ عدد افراد النحل

فكر

30 **صحح الخطأ .** كتب علي ناتج المقدار $\sqrt{2}H^2K^2(\sqrt{2}H^2K^2 - \sqrt{4}H^3K)$ على شكل $4\, H^3y^4 - 4\, H^5K^3$ **جد أخطاء علي وصححه.**

$\sqrt{2}H^2K^2(\sqrt{2}H^2K^2 - \sqrt{4}H^3K)$

$= \sqrt{2}.\sqrt{2}(H^2\, H^2)(K^2\, K^2) - \sqrt{2}.\sqrt{4}(H^2\, H^3)(K^2\, K)$

$= 2\, H^4\, K^4 - 2\sqrt{2}H^5K^3$ الجـواب الصـحيح

31 تحد : ما الحد الجبري الذي نضربه في المقدار $\frac{5}{2}X^2y + 5X - 4$ فيكون الناتج

$10X^4y^4 + 20X^3y^3 - 16X^2y^3$

توجد طريقتان لايجاد الحد : أما اخراج عامل مشترك من المقدار وهنا يعتبر هو الحد المطلوب

$$10X^4y^4 + 20X^3y^3 - 16X^2y^3 = 4X^2y^3(\frac{5}{2}X^2y + 5X - 4)$$

لاحظ المقدار داخل القوس هو المقدار الذي نضرب به حسب معطيات السؤال

∴ الحد هو $4X^2y^3$

و الطريقة الثانية نقسم كل حد من ناتج الضرب على نظيريه في المضروب

$$\frac{10X^4y^4}{\frac{5}{2}X^2y} = 4X^2y^3, \frac{20X^3y^3}{5X} = 4X^2y^3, \frac{16X^2y^3}{4} = 4X^2y^3$$

لاحظ نفس النتائج لذلك الحد المطلوب هو $4X^2y^3$

32 تحد : صندوق على شكل منشور رباعي مساحة قاعدته Z^2 وارتفاعه $(5Z^2 + 5)$

ما حجم المنشور؟

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

الحجم $(V) =$ $V = Z^2(5Z^2 + 5) = 5Z^4 + 5Z^2$

33 احصائيات : اذا كان عدد سكان محافظة ديالى $(2X^{-3}y^3)$ نسمة في حين سكان محافظة بغداد $20X^{-2}y^3$ مرة من عدد سكان محافظة ديالى . فما عدد سكان محافظة بغداد؟

نضرب عدد المرات × عدد سكان ديالى = سكان محافظة بغداد

$(20X^{-2}y^2)(2X^{-3}y^3) = (20 \times 2)(X^{-2-3} . y^{2+3})$

عدد سكان محافظة بغداد $= 40X^{-5}y^5$

اكتب

حاصل ضرب حد جبري في مقدار جبري وجد ناتج الضرب.

استخدم خاصية التوزيع $\sqrt{2}X^2yz^3(\sqrt{8}Xy^2z - \sqrt{2}XYZ)$

$= \sqrt{16}X^3y^3z^4 - \sqrt{4}X^3y^2z^4$

$= 4X^3y^3z^4 - 2X^3y^2z^4$

الدرس الثالث

ضرب المقادير الجبرية :

فكرة الدرس ضرب مقدارين كل مقدار من حدين , ضرب مقدارين الأول من حدين و الاخرين من ثلاثة حدود

المفردات : حدان , ثلاث حدود , ضرب عامودي , ضرب افقي.

واليك المثال التالي لبوضح فكرة الدرس

تعلم

زرع فلاح ارضا للخضروات على شكل مستطيل طول الأرض بالامتار $\sqrt{5}\,X^2Y + X$ وعرضها بالامتار $\sqrt{25}\,X^2Y + 4$ ما مساحة الأرض؟

*ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين :

تعلمت عزيزي الطالب ضرب حد جبري في حد جبري وحد جبري في مقدار جبري لكن في هذا الدرس سنتعلم كيف نضرب مقدار من حدين جبريين في مقدار من حدين جبريين بأستعمال خاصية التوزيع أي توزع الحد الأول من المقدار الأول على المقدار الثاني مضافا توزيع الحد الثاني على المقدار الثاني ونبسط الناتج كما سبق. تسمى هذه الطريقة من الضرب بالضرب الافقي .

لكن هناك طريقة أخرى تسمى (الضرب العمودي)

مثال (1) مساحة المستطيل (الخضروات) = الطول × العرض

نستخدم الضرب الافقي $A=(\sqrt{5}\,X^2Y+X)(\sqrt{25}\,X^2Y+4)$

$=(\sqrt{5}\,X^2Y)(\sqrt{25}\,X^2Y)+(\sqrt{5}\,X^2Y)(4)+(X)(\sqrt{25}\,X^2Y)+(X)(4)$

مساحة الارض بالامتار $=5\sqrt{5}\,X^4Y^2+4\sqrt{5}\,X^2Y+5\,X^3Y+4X$

مثال (2) جد ناتج الضرب (الافقي) في كل مما يأتي :

i) توزيع الحدود على القوس الثاني $(\frac{1}{2}X^2+Y^2)(X^3+2\,Y^2)$

$=(\frac{1}{2}X^2)(X^3)+(\frac{1}{2}X^2)(2\,Y^2)+(Y^2)(X^3)+(Y^2)(2\,Y^2)$

$=\frac{1}{2}X^5+X^2Y^2+Y^2X^3+2\,Y^4$

ii) $(|-2|\,AB+|-5|\,BC)(3-AB)=(2\,AB+5\,BC)(3-AB)$

$=(2\,AB)(3)-(2\,AB)(AB)+(5\,BC)(3)-(5\,BC)(AB)$

$=6\,AB-2\,A^2B^2+15\,BC-5\,AB^2C$

مثال (3) جد ناتج الضرب (العمودي)لكل مما يأتي:

(i) $(3\,TH^2-7)(5+TH^2)$

$$\begin{array}{l} 3\,TH^2-7 \\ 5+TH^2 \\ \hline 15\,TH^2-35 \\ 7TH^2 \quad + 3TH^4 \\ \hline 8TH^2-35-3TH^4 \end{array}$$

اضرب 5 في القوس الأول واكتب الناتج تحت الخط

ثم اضرب TH^2 في القوس الأول واكتب الناتج تحت الناتج الأول

ثم اجمع الناتجين عموديا

(ii) $(\frac{2}{9}z^2W^3+1)(3\,W2+4)$

$$\frac{2}{9}z^2W^3 \quad +1$$

$$3\,W^2z+4$$

$$\frac{2}{3}z^3W^4+3W^2z$$

$$+\frac{8}{9}z^2W^3+4$$ ضع كل حد اسفل الحد المشابه له

$$\frac{2}{3}z^3W^4+3W^2z+\frac{8}{9}z^2W^3+4$$ ناتج الجمع

مثال (4) **ملعب كرة طائرة بعداه بالامتار $(8Y+3),(8Y-6)$ ما مساحة الملعب ؟**

مساحة الملعب = الطول × العرض (الضرب عمودي)

الضرب العمودي
$8Y+3$ $8Y-6$
$64y^2+24Y$ ↓ ↓ $-48Y-18$
$64y^2-24Y-18$

الضرب الافقي
$A=(8Y+3)(8Y-6)$ $=64Y^2-48Y+24Y-18$ $A=64Y^2-24Y-18$

مساحة الملعب $64Y^2-24Y-18$

***ضرب مقدارين الأول من حدين والثاني من ثلاث حدود**

بنفس الطريقة السابقة ضرب مقدارين كل منهما يتكون من حدين لكن درسنا هذا .

والان المقدار الأول من حدين والثاني من ثلاث حدود أيضا بأستعمال التوزيع كما سبق وتسمى بالضرب الأفقي او الضرب العمودي ويوضع بمقدار ذي حدين تحت المقدار ذات ثلاث حدود ويضرب الحد الأول من المقدار ذي الحدين بالمقدار الأول ويكتب تحت الخط ثم يضرب الحد الثاني من ذي الحدين في المقدار الأول من ذي ثلاث حدود ويوضع الناتج تحت ناتج الخط الأول وكل حد تحت الحد الذي يشبهه واذا لا فيوضع وحده ويجمع الناتجين .

وهو يمثل الضرب العمودي اما الضرب الافقي سبق ان تطرقنا له (توزيع)

مثال (5) **جد ناتج الضرب الافقي في كل مما يأتي:**

i) $(-2X^2-8)\quad(X2+X-2)$ **وهذه تسمى خاصية التوزيع**

$$=-2\,X^2(X^2+X-2)-8(X^2+X-2)$$

$$=-2\,X^4-2\,X^3+4\,X^2-8\,X^2-8\,X+16$$ ضرب بطريقة التوزيع حد على المقدار

$$=-2\,X^4-2\,X^3-4\,X^2-8\,X+16$$

ii) $(\sqrt{7}\,y^2 - 5z)(\sqrt{7}\,y^2 + 3z - \sqrt{7}\,w)$

$= \sqrt{7}\,y^2(\sqrt{7}\,y^2 + 3z - \sqrt{7}\,w) - 5z(\sqrt{7}\,y^2 + 3z - \sqrt{7}\,w)$

$= 7y^4 + 3\sqrt{7}\,y^2 z - 7y^2 w - 5\sqrt{7}\,z y^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7}\,zw$

$= 7y^4 + 2\sqrt{7}\,y^2 z - 7y^2 w - 15z^2 + 5\sqrt{7}\,zw$

مثال (6) جد ناتج الضرب العمودي لكل مما يأتي :

i) $(z+7)(z^2-2z+3)$

$$\begin{array}{r} z^2-2z+3 \\ \times\quad z+7 \\ \hline z^3-2z^2+3z \qquad\quad \\ +\quad +7z^2-14z+21 \\ \hline z^3+5z^2-11z+21 \end{array}$$

ii) $(x+y)(x-xy+y^2)$

$$\begin{array}{r} (x-xy+y^2) \\ \times\quad (x+y) \\ \hline x^2-x^2y+xy^2 \qquad\qquad \\ +\quad -xy^2+xy+y^3 \\ \hline x^2-x^2y \quad +xy+y^3 \end{array}$$

تأكد من فهمك

جد ناتج الضرب افقيا لكل مما يأتي:

1 $(3x-2)(4x+1) = 3x(4x+1) - 2(4x+1)$ توزيع

$= 12x^2 + 3x - 8x - 2 = 12x^2 - 5x - 2$

2 $(\sqrt{5}x - 5)(\frac{\sqrt{25}}{5}x - 6)$ لاحظ $\frac{\sqrt{25}}{5} = \frac{5}{5} = 1$

$= \sqrt{5}x(x-6) - 5(x-6) = \sqrt{5}x^2 - 6\sqrt{5}x - 5x + 30$

$= \sqrt{5}x^2 - (6\sqrt{5}+5)x + 30$

3 $(2A^2B - \frac{5}{8})(\frac{3}{5}AB^3 - \frac{1}{6}B)$ استخدام طريقة التوزيع مباشرة

$= (2A^2B)(\frac{3}{5}AB^3) - (2A^2B)(\frac{1}{6}B) - (\frac{5}{8})(\frac{3}{5}AB^3) + (\frac{5}{8})(\frac{1}{6}B)$

$= \frac{6}{5}A^3B^4 - \frac{1}{3}A^2B^2 - \frac{3}{8}AB^3 + \frac{5}{48}B$

4 $(-4M^3N^2 - 6MN^3)(6MN - 3M)$ استعمل خاصية التوزيع

$= (-4M^3N^2)(6MN) - (-4M^3N^2)(3M) - (6MN^3)(6MN) - (6MN^3)(-3M)$

$= -24M^4N^3 + 12M^4N^2 - 36M^2N^4 + 18M^2N^3$

جد ناتج الضرب عموديا لكل مما ياتي :

5 $(2X - 5)(-4X^3 + 5Y - 7)$

$= -8X^4 + 10XY - 14X + 20X^3 - 25Y + 35$ الضرب الافقي

$-4X^3 + 5Y - 7$

$2X - 5$

$+ \; -8X^4 + 10XY - 14X$

$-20X^3 - 25Y + 35$

$-8X^4 + 10XY - 14X - 20X^3 - 25Y + 35$ الضرب العمودي

6 $(XY^2 - 3Z - 15W)$

$2X^2Y - 3$

$2X^3Y^3 - 6X^2YZ - 30X^2YW$

$-3XY^2 + 9Z + 45W$

$2X^3Y^3 - 6X^2YZ - 30X^2YW - 3XY^2 + 9Z + 45W$ ناتج الضرب

7 $(4A - 4Y)(Y^2 + 5Z - 6)$

$Y^2 + 5Z - 6$

$4A - 4Y$

$4AY^2 + 20AZ - 24A$

$-4Y^3 - 20ZY + 24Y$

$4AY^2 + 20AZ - 24A - 4Y^3 - 20ZY + 24Y$

8 $(X^2 - 2X)(5X^2 + 3X - 4)$

$5X^2 + 3X - 4$

$\times \; X^2 - 2X$

$5X^4 + 3X^3 - 4X^2$ ضرب X^2 في المقدار الثاني

$+ \; -10X^3 - 6X^2 + 8X$ ضرب $2X$ في المقدار الثاني

$5X^4 - 7X^3 - 10X^2 + 8X$ ناتج الضرب — الضرب العمودي

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج الضرب افقيا لكل مما يأتي

9) $(X^2Y - 5Z)(Y + 4) = X^2Y^2 + 4X^2Y - 5ZY - 20Z)$

10) $(\frac{1}{2}W^2 + 4)(\frac{16}{\sqrt{4}}Z^2 + 4) = (\frac{1}{2}W^2 + 4)(8Z^2 + 4)$
$= 4W^2Z^2 + 2W^2 + 32Z^2 + 16$

11) $(3M - 5)(|10|M^2 - 3N) = (3M - 5)(10M^2 - 3N)$
$= 30M^3 - 9MN - 50M^2 + 15N$

12) $(X + 2Y)(2X + 1) = 2X^2 + X + 4XY + 2Y$

13) $(AB + 3C)(2A + C) = 2A^2B + ABC + 6AC + 3C^2$

14) $(\sqrt{5}M - 3X)(M - 2X) = \sqrt{5}M^2 - 2\sqrt{5}XM - 3XN + 6X^2$

15) $(\sqrt{7}Y - Z)(\sqrt{7}YW + Z) = 7Y^2W + \sqrt{7}YZ - \sqrt{7}ZYW - Z^2$

16) $(6M + 5)(2X^2 - 3X - 5) = 12X^2M - 18XM - 30M + 10X^2 - 15X - 25$

17) $(H^2K + 1)(RV + 5) = H^2KRV + 5H^2K + RV + 5$

جد ناتج الضرب عموديا لكل مما يأتي

18)

$$\begin{array}{r} 3XY - 3 \\ 4Y + 3Z \\ \hline 12XY^2 - 12Y \qquad\qquad \\ + XYZ - 9Z \\ \hline 12XY^2 - 12Y + XYZ - 9Z \end{array}$$

19)

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}M^2 + 2M \\ 4M^2 - 8M + 5 \\ \hline 2M^4 + 8M^3 \qquad\qquad\qquad \\ - 4M^3 - 16M^2 \qquad\quad \\ \frac{5}{2}M^2 + 10M \\ \hline 2M^4 + 4M^3 - \frac{27}{2}M^2 + 10M \end{array}$$

20

$$\sqrt{2}\,X^2 + 3Y - 1$$
$$\sqrt{2}\,X^2 + 5Y$$
$$2X^4 - 3\sqrt{2}X^2Y - \sqrt{2}X^2$$
$$- 5\sqrt{2}X^2Y \qquad - 5Y$$
$$2X^4 - 2\sqrt{2}X^2Y - \sqrt{2}X^2 - 5Y$$

21

$$6X^2 + 12X - 8$$
$$3X - 5$$
$$18X^3 + 36X^2 - 24X$$
$$- 30X2 - 60X + 40$$
$$18X^3 + 6X^2 - 84X + 40$$

22

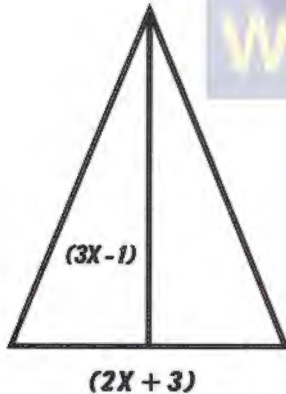
$$|-24| = 24 \quad |-2| = 2$$
$$|-24| + 6Y$$
$$|-2|\,ZW + 2Y$$
$$48\,ZW + 12\,ZWY$$
$$+ 48Y + 12Y^2$$
$$48\,ZW + 12\,ZWY + 48Y + 12Y^2$$

23

$$4Y^2 + 10Y + 2$$
$$\sqrt{6}X^2 - 3Y$$
$$4\sqrt{6}X^2Y^2 + 10X^2Y + 2\sqrt{6}X^2$$
$$-12Y^3 - 30Y^2 - 6Y$$
$$4\sqrt{6}X^2Y^2 + 10X^2Y + 2\sqrt{6}X^2 - 12Y^3 - 30Y^2 - 6Y$$

تدرب وحل مسائل حياتية

24 **هندسة : ما مساحة مثلث اذا كان طول قاعدته $(2X+3)$ وارتفاعه $(3X-1)$ بالامتار ؟**

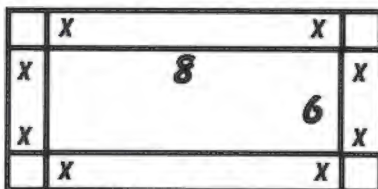


مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}(2X+3)(3X-1) = (X+\frac{3}{2})(3X-1)$$

$A = 3X^2 - X + \frac{9}{2}X - \frac{3}{2}$ من الامتار المربعة

25 **هندسة : يحيط ممر عرضه x بحديقة مستطيلة الشكل طولها 8 امتار وعرضها 6 امتار ما المساحة الكلية للحديقة و الممر ؟**



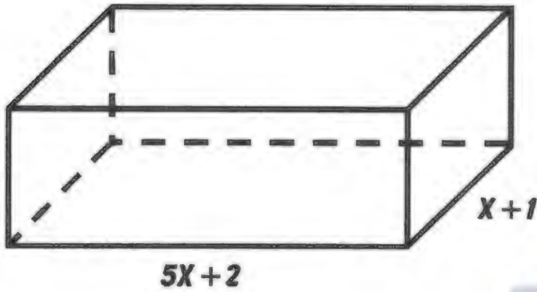
عرض الحديقة مع الممر $2X + 6$ من الأمتار

طول الحديقة مع الممر $2X + 8$ من الأمتار

المساحة = الطول × العرض $A = (8+2X)(6+2X) =$

مساحة الحديقة و الممر $= 48 + 16X + 12X + 4X^2 = 4X^2 + 28X + 48$ متر مربع

26 **قوالب :** قالب للكيك مصنوع من الالمنيوم قاعدته مستطيلة الشكل ما مساحة قاعدته اذا علمت ان بعديه بالسنتمترات في الشكل المجاور



طول قاعدة القالب = $5X + 2$ من السنتمترات ,

عرض قاعدة القالب = $X + 1$ من السنتمترات

مساحة القاعدة

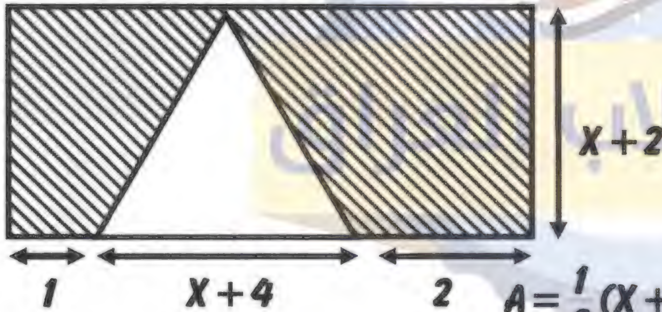
$$A = (5X+2)(X+1)$$
$$= 5X^2 + 5X + 2X + 2$$
$$= 5X^2 + 7X + 2 \ CM^2$$

27 جد مساحة المنطقة المظلله في الشكل المجاور ؟

طول الشكل = $X+4+1+2 = X+7$

عرض الشكل = $X+2$ ويمثل ارتفاع المثلث $X+4$ طول القاعدة المثلث

مساحة الشكل = الطول × العرض



$$A = (X+7)(X+2)$$
$$= X^2 + 2X + 7X + 14$$
$$= X^2 + 9X + 14$$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}(X+4)(X+2) = (\frac{X}{2}+2)(X+2)$$
$$= (\frac{X}{2}+2)(X+2) = \frac{X^2}{2} + X + 2X + 4$$
$$= \frac{X^2}{2} + 3X + 4$$

مساحة الجزء المظلل = مساحة الشكل – مساحة المثلث

افتح الاقواس وغير إشارات القوس الثاني $A = (X^2 + 9X - 14) - (\frac{1}{2}X^2 + 3X + 4)$

$$= \frac{3}{2}X^2 + 6X + 10 \ CM^2$$

فكر

28 **تحد:** جد ناتج ما يأتي :

i) $(y^{M}+y^{N})(y^{M-1}-y^{N-1}+y^{N})$

$= y^{M}(y^{M-1}-y^{N-1}+y^{N}) + y^{N}(y^{M-1}-y^{N-1}+y^{N})$

$= y^{M+M-1} - y^{M+N-1} + y^{M+N} + y^{N+M-1} - y^{N+N-1} + y^{N+N}$

$= y^{2M-1} - y^{M+N-1} + y^{M+N} + y^{N+M-1} - y^{2N-1} + y^{2N}$

$= y^{2M-1} + y^{M+N} - y^{2N-1} + y^{2N}$

ii) $(3-Z)(3^2+3Z+Z^2)=3(3^2+3Z+Z^2)-Z(3^2+3Z+Z^2)$

$=27+9Z+3Z^2-9Z-3Z^2-Z^3=27-Z^3$

iii) $(\frac{1}{2}T-\frac{1}{3})^3=(\frac{1}{2}T-\frac{1}{3})(\frac{1}{2}T-\frac{1}{3})(\frac{1}{2}T-\frac{1}{3})$

$=(\frac{1}{2}T-\frac{1}{3})(\frac{1}{4}T^2-\frac{1}{6}T-\frac{1}{6}T+\frac{1}{9})$

$=\frac{1}{8}T^3-\frac{1}{12}T^2-\frac{1}{12}T^2+\frac{1}{8}T-\frac{1}{12}T^2+\frac{1}{8}T+\frac{1}{8}T-\frac{1}{27}$

$=\frac{1}{8}T3-\frac{2}{12}T2+\frac{2}{18}T-\frac{1}{27}$

(iv) $(X+Y)(X-Y)=X(X-Y)+Y(X-Y)=X^2-XY+XY-Y^2=X^2-Y^2$

29 **صحح الخطأ :** كتبت سعاد ناتج المقدار $(2X+6)^2$ بالشكل $4X2+12X-36$ اكتشف خطأ سعاد وصححه

الجواب الصحيح لذلك جواب سعاد خطأ

$(2X+6)^2=(2X+6)(2X+6)=2X(2X+6)+6(2X+6)$

$=4X^2+12X+12X+36$

$=4X^2+24X+36$

30 **مسألة مفتوحة :** اكتب مقدارا يحتوي على حدين ومقدارا يحتوي على ثلاث حدود ثم جد ناتج ضربهما

مقدار حدين $2X+3$

مقدار من ثلاث حدود X^2-5X+1

$(2X+3)(X^2-5X+1)=2X(X^2-5X+1)+3(X^2-5X+1)$

$=2X^3-10X^2+2X+3X^2-15X+3$

$=2X^3-7X^2-13X+3$

اكتب مقدارين كل منهما من حدين ثم جد ناتج الضرب بالطريقة العمودية والافقية

الضرب العمودي

$X+3$

$X-1$

X^2+3X ↓

↓ $-X-3$

X^2+2X-3

الضرب افقيا

$(X+3)(X-1)=X(X-1)+3(X-1)$

$=X^2-X+3X-3$

$=X^2+2X-3$

الدرس الرابع

قسمة مقدار جبري على حد جبري

فكرة الدرس

قسمة حد جبري على حد جبري ثم قسمة مقدار جبري على حد جبري

المفردات : قسمة , حد جبري , واليك المثال التالي يوضح فكرة الدرس

تعلم

في العاب الأسهم ينطلق السهم افقيا بحسب القانون $X = \frac{5H^2N}{H}$ اذ ان X يمثل سرعة السهم ويرمز H الى ارتفاع السهم بالامتار ويرمز N الزمن بالثواني جد سرعة السهم اذا كانت قمية $N = 2$, $H = 5$

***قسمة حد جبري على حد جبري :**

تعلمت في دروس سابقة قسمة الأسس أي ان اذا كان $\frac{A^M}{A^N} = A^{M-N}$ اذ ان $A \neq 0$

اما في هذا الدرس سوف ندرس قسمة المقادير الجبرية و أولا قسمة حد جبري على حد جبري حيث نقسم المعامل أولا للحد الجبري في البسط على المعامل الحد الجبري في المقام ثم نطرح الأسس المتغيرات المتشابهة (أي لهما نفس الاسس) بالاعتماد على خاصية قسمة الأسس اما المتغير الذي لا يوجد مشابه له للاختصار يكتب نفسه سواء بالبسط او المقام للناتج النهائي والان نعود للمثال السابق

مثال (1) حساب سرعة انطلاق السهم

$$X = \frac{5H^2N}{H} = 5H^{2-1}N \Rightarrow X = 5HN$$

وبتعويض $N = 2$, $H = 5$ فأن : $X = 5(5)(2) = 50\ M/S$

لذا سرعة السهم عند اطلاقه 50 متر بالثانية

مثال (2) جد ناتج القسمة لكل مما يأتي اذ ان المقام لا يساوي صفرا

(i) $\frac{\overset{4}{\cancel{8}} X^7 y^4}{\underset{3}{\cancel{6}} X^5 y^3} = \frac{4}{3} X^{7-5} y^{4-3} = \frac{4}{3} X^2 y$ اقسم المعامل على المعامل واطرح الاسس

(ii) $\frac{-5H^6K}{25H^2} = \frac{-5}{25} H^{6-2} . K = \frac{-1}{5} H^4 K$ يكتب كما هو لعدم وجود اختصار

(iii) $\frac{\sqrt{16}\, R^2 V^2}{4RV} = \frac{\cancel{\sqrt{16}}}{\cancel{4}} R^{2-1} V^{2-1} = RV$

(iv) $\frac{\frac{1}{3}zw}{3z^3} = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}z^{1-3}w = \frac{1}{9}z^{-2}w = \frac{w}{9z^2}$ نحول الاس السالب الى موجب

(v) $\frac{12A^5B^2}{4A^4B^2} = \frac{12}{4}A^{5-4}B^{2-2} = 3A$

(vi) $\frac{-32M^5N^2}{-8M^3N} = \frac{-32}{-8}M^{5-3}N^{2-1} = 4M^2N$

(vii) $\frac{|-30|x^5y^8z^5}{10x^5y^6} = \frac{30}{10}x^{5-5}y^{8-6}z^5 = 3y^2z^5$

***قسمة مقدار جبري على حد جبري :**

تعلمت سابقا قسمة حد جبري على حد جبري والان سوف نتعلم قسمة مقدار جبري على حد جبري حيث المقام لا يساوي صفرا أي طريقة تجزئة الكسور . (يعني القسمة هي ان تجزء الكسر أي يجعل كل حد من البسط مقامه هو الحد المقسوم عليه) . وتجري بنفس الطريقة السابقة لكل جزء اختصار مكون من حد جبري على حد جبري .

مثال (3) جد ناتج المقدار الجبري بأستعمال تجزئه الكسور اذ ان مقام لا يساوي صفر لكل مما يأتي :

(i) $\frac{12X^3+24X^2}{6X} = \frac{12X^3}{6X} + \frac{24X^2}{6X} = 2X^{3-1} + 4X^{2-1} = 2X^2 + 4X$

(ii) $\frac{x^6y^2 - x^3y^5 - 3x^2y^7}{x^2y} = \frac{x^6y^2}{x^2y} - \frac{x^3y^5}{x^2y} - \frac{3x^2y^7}{x^2y}$

$= x^{6-2}y^{2-1} - x^{3-2}y^{5-1} - 3x^{2-2}y^{7-1}$

$= x^4y^1 - xy^4 - 3y^6$

(iii) $\frac{12z^5w^2 + 9z^4w^5 + 15z^2w^7}{3z^2w}$

$= \frac{12z^5w^2}{3z^2w} + \frac{9z^4w^5}{3z^2w} + \frac{15z^2w^7}{3z^2w}$

$= 4z^3w + 3z^2w^4 + 5w^6$

(iv) $\frac{5A^9B^6 - 25A^3B^4}{5A^5B^4} = \frac{5A^9B^6}{5A^5B^4} - \frac{25A^3B^4}{5A^5B^4} = A^4B^2 = -5A^{-2} = A^4B^2 - \frac{5}{A^2}$

(v) $\frac{\sqrt{15}X^7 - \sqrt{20}X^4}{10X^3} = \frac{\sqrt{15}X^7}{10X^3} - \frac{\sqrt{20}X^4}{10X^3} = \sqrt{\frac{15}{10}}X^4 - \sqrt{\frac{20}{10}}X$

$= \sqrt{\frac{3}{2}}X^4 - \sqrt{2}X$

(vi) $\frac{64R^4V^2 - 16R^2V^2 - 32}{8RV} = \frac{64R^4V^2}{8RV} - \frac{16R^2V^2}{8RV} - \frac{32}{8RV}$

$= 8R^3V - 2RV - \frac{4}{RV}$

(vii) $\frac{\sqrt{49}X^2y^2 + \sqrt[3]{8}X^5y^6 - 7XY}{14XY} = \frac{\sqrt{49}X^2y^2}{14XY} + \frac{\sqrt[3]{8}X^5y^6}{14XY} - \frac{7XY}{14XY}$

$= \frac{7}{14}XY + \frac{2}{14}X^4y^5 - \frac{7}{14} = \frac{1}{2}XY + \frac{1}{7}X^4y^5 - \frac{1}{2}$

مثال (4) في الشكل المجاور اذا كانت قاعدة مثلث $2XY$ ومساحته $X^2 - XY + Y^2$ جد ارتفاع المثلث بالامتار ؟

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

الارتفاع = $\frac{2 \times \text{مساحة المثلث}}{\text{القاعدة}}$

$H = \frac{2(X^2 - XY + Y^2)}{2XY} = \frac{2X^2 - 2XY + 2Y^2}{2XY} = \frac{2X^2}{2XY} - \frac{2XY}{2XY} + \frac{2Y^2}{2XY} = \frac{X}{Y} - 1 + \frac{Y}{X}$

تأكد من فهمك

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي اذ أن المقام لا يساوي صفراً

1. $\frac{15M^7N^6}{24M^6N^3} = \frac{15}{24}M^{7-6}N^{6-3} = \frac{5}{8}MN^3$

2. $\frac{-24X^3y^3}{36X^2y^4} = \frac{-24}{36}X^{3-2}y^{3-4} = \frac{-2}{3}Xy^{-1} = \frac{-2X}{3y}$

3. $\frac{8Z^5}{-12Z^2} = \frac{-8}{12}Z^{5-2} = \frac{-2}{3}Z^3$

4. $\frac{56H^{12}K^{10}}{-21H^8K^5} = \frac{-56}{21}H^{12-8}K^{10-5} = -\frac{8}{3}H^4K^5$

5. $\frac{-18R^2V^6}{-15R^2V^2} = \frac{18}{15}R^{2-2}V^{6-2} = \frac{6}{5}V^4$

6. $\frac{72X^5y^6}{24X^3y^4} = \frac{72}{15}X^{5-3}y^{6-4} = 3X^2y^2$

7 $\frac{-84X^6y^5 + 12X^5y^5}{4X^5y^5} = \frac{-84X^6y^5}{4X^5y^5} + \frac{12X^5y^5}{4X^5y^5} = -21X + 3$

8 $\frac{36\,M^7 - 25\,M^6 + 18\,M^5}{6\,M^7} = \frac{36\,M^7}{6\,M^7} - \frac{25\,M^6}{6\,M^7} + \frac{18\,M^5}{6\,M^7}$

$= 6 - \frac{25}{6M} + \frac{3}{M^2}$

9 $\frac{\sqrt{5}H^6 - \sqrt{2}GH^2}{10H^3} = \frac{\sqrt{5}H^6}{10H^3} - \frac{\sqrt{2}GH^2}{10H^3} = \frac{\sqrt{5}}{10}H^3 - \frac{\sqrt{2}G}{H}$

10 $\frac{\sqrt{18}\,z^4w^6y^5 - 15\,z^5w^4y^6}{3X^5y^5} = \frac{\sqrt{18}\,z^4w^6y^5}{3X^5y^5} - \frac{15\,z^5w^4y^6}{3X^5y^5}$

$= \frac{\sqrt{2}\,z^4w^6}{X^5} - \frac{5\,z^5w^4y}{X^5}$

11 $\frac{-2\,M^5N^6 + M^7N^4}{4\,M^4N^5} = \frac{-2\,M^5N^6}{4\,M^4N^5} - \frac{M^7N^4}{4\,M^4N^5} = -\frac{1}{2}MN + \frac{M^3}{4N}$

12 $\frac{\sqrt[3]{-8}V^7 - 20V^4}{4V^3} = \frac{\sqrt[3]{-8}V^7}{4V^3} - \frac{20V^4}{4V^3} = \frac{-1}{2}V^4 - 5V$

تدرب وحل التمرينات

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي اذ ان المقام لا يساوي صفرا

13 $\frac{12\,B^5}{4\,B^2} = \frac{12}{4}B^{5-2} = 3\,B^3$

14 $\frac{-32\,M^5N^2}{-8\,M^3N^4} = \frac{-32}{-8}M^{5-3}N^{2-4} = \frac{4M^2}{N^2}$

15 $\frac{12X^4y^2}{-2yX^2} = \frac{12}{-2}X^{4-2}y^{2-1} = -6X^2y$

16 $\frac{81X^7y^8z^6}{27X^7y^7z^3} = \frac{81}{27}X^{7-7}.y^{8-7}.z^{6-3} = 3X^0y^1z^3 = 3yz^3$

17 $\frac{36M^5N^5}{3M^6N^3} = \frac{36}{3}M^{5-6}N^{5-3} = 12\,M^{-1}N^2 = \frac{12N^2}{M}$

18 $\frac{9R^2V^2}{6R^3V^4} = \frac{3}{2RV}$

19 $\dfrac{49R^2V^2}{7RV} = 7RV$

20 $\dfrac{36H^3K^5}{6HK} = \dfrac{36}{6}H^{3-1}K^{5-1} = H^2K^4$

21 $\dfrac{8y^3W^2}{-12YW} = \dfrac{8}{12}y^{3-1}W^{2-1} = -\dfrac{2}{3}y^2W$

22 $\dfrac{-R^4V^3 - 4R^6V^5}{3R^3V^5} = \dfrac{-R^4V^3}{3R^3V^5} - \dfrac{4R^6V^5}{3R^3V^5} = -\dfrac{1}{3}R^{4-3}V^{3-5} - \dfrac{4}{3}R^{6-3}V^{5-5}$

$= -\dfrac{R}{3V^2} - \dfrac{4}{3}R^3$

23 $\dfrac{6W^5Z^2 + 9W^2Z^2}{3W^5Z^3} = \dfrac{6W^5Z^2}{3W^5Z^3} + \dfrac{9W^2Z^2}{3W^5Z^3} = \dfrac{2}{Z} + \dfrac{3}{W^2Z}$

24 $\dfrac{15H^8K^4 + 9H^3K^4}{3H^3K^2} = \dfrac{15H^8K^4}{3H^3K^2} + \dfrac{9H^3K^4}{3H^3K^2} = 5H^5K^2 + 3K^2$

25 $\dfrac{13A^9B^6C^5 - 52A^7B^6C^5}{13A^5B^3C^2} = \dfrac{13A^9B^6C^5}{13A^5B^3C^2} - \dfrac{52A^7B^6C^5}{13A^5B^3C^2} = A^4B^3C^3 - 4A^2BC^4$

26 $\dfrac{8X^5}{12X^{-4}} = \dfrac{8}{12}X^{5-(-4)} = \dfrac{2}{3}X^{5+4} = \dfrac{2}{3}X^9$

27 $\dfrac{6X^5y^4 + 6X^3y^2}{9X^3y^2} = \dfrac{6X^5y^4}{9X^3y^2} + \dfrac{6X^3y^2}{9X^3y^2} = \dfrac{2}{3}X^2y^2 + \dfrac{2}{3}$

28 $\dfrac{\sqrt{36}M^6 + \sqrt[3]{27}M^3 + 8M^2}{4M^{-2}} = \dfrac{\sqrt{36}M^6}{4M^{-2}} + \dfrac{\sqrt[3]{27}M^3}{4M^{-2}} + \dfrac{8M^2}{4M^{-2}}$

ارفع M^{-2} الى البسط يتحول الأس السالب الى موجب M^2 واجمع مع اس البسط مباشرة

$= \dfrac{6}{4}M^{6+2} + \dfrac{3}{4}M^{3+2} + 2M^{2+2} = \dfrac{3}{2}M^8 + \dfrac{3}{4}M^5 + 2M^4$

29 $\dfrac{72N^7 - 63N^6 - 54N^5}{9N^5} = \dfrac{72N^7}{9N^5} - \dfrac{63N^6}{9N^5} - \dfrac{54N^5}{9N^5} = 8N^2 - 7N - 6$

30 $\dfrac{21y^2 - 15Y + 12y^3}{3y^2} = \dfrac{21y^2}{3y^2} - \dfrac{15Y}{3y^2} + \dfrac{12y^3}{3y^2} = 7 - \dfrac{5}{y} + 4Y$

31 $\dfrac{48Z^4 + 16Z^3 + 8Z^2}{4Z^2} = \dfrac{48Z^4}{4Z^2} + \dfrac{16Z^3}{4Z^2} + \dfrac{8Z^2}{4Z^2} = 12Z^2 + 4Z + 2$

32 $\dfrac{12M^5N^4 + 9M^4N^2 + 12M^2N^2}{3M^2N^2} = \dfrac{12M^5N^4}{3M^2N^2} + \dfrac{9M^4N^2}{3M^2N^2} + \dfrac{12M^2N^2}{3M^2N^2}$

$= 4M^3N^2 + 3M^2 + 4$

33 $\frac{\frac{1}{5}R^3B^4+\frac{1}{15}R^2B^2-\frac{1}{25}RB}{\frac{1}{25}RB}=\frac{1}{5}\cdot\frac{25}{1}R^2B^3+\frac{1}{15}\cdot\frac{25}{1}RB-1$

$=5R^2B^3+\frac{5}{3}RB-1$

تدرب وحل مسائل حياتية

34 **هندسة :** علبة معدنية على شكل أسطوانة اذا كان $H=\frac{M-2\pi R^2}{2\pi R}$ ارتفاعها اذ ان M المساحة الكلية للعلبة المعدنية وان R نصف قطر قاعدتها حيث : $M=250CM^2$, $R=5CM$ جد ارتفاعها H ؟

$H=\frac{M-2\pi R^2}{2\pi R}=\frac{M}{2\pi R}-\frac{2\pi R^2}{2\pi R}=\frac{M}{2\pi R}-R$

$\therefore H=\frac{280}{2\pi\times 5}-(5)=\frac{28}{\pi}-5=\frac{28}{\pi}-5=\frac{28\times 7}{22}-5\approx 4CM$ ارتفاعها

35 **هندسة:** اذا كان $Z=\frac{N^2-M^2}{N}$ جد قيمة المقدار Z اذا علمت ان $N=5$, $M=4$

$Z=\frac{N^2-M^2}{N}=\frac{N^2}{N}-\frac{M^2}{N}=N-\frac{M^2}{N}=5-\frac{(4)^2}{5}=\frac{25-16}{5}=\frac{9}{5}$

36 اثبت ان المقدار الجبري لا يحتوي على متغير

$\frac{25R^2V^4-15R^3V^2-5R^2V^2}{5R^2V^2}-\frac{25V^2-15R+5}{5}$

$=\frac{25R^2V^4}{5R^2V^2}-\frac{15R^3V^2}{5R^2V^2}-\frac{5R^2V^2}{5R^2V^2}-(\frac{25R^2}{5}-\frac{15R}{5}+\frac{5}{5})$

$=5V^2-3R-1-5V^2+3R-1=-2$

37 **العاب نارية:** انطلق سهم ناري عموديا نحو الأعلى وفقا للقانون $V=\frac{H+5T^2}{T}$ اذ V يمثل سرعة السهم عند الانطلاق (M/sec) ويرمز h الى الارتفاع الذي بلغه السهم الى علمت انه بلغ ارتفاع 275m خلال 5 ثواني ؟

$V=\frac{H+5T^2}{T}=\frac{H}{T}+\frac{5T^2}{T}=\frac{H}{T}+5T$

$V=\frac{275}{5}+5\times 5=55+25=80\ M/SEC$ سرعة السهم

فكر

38 **تحد :** ضع المقدار الجبري في ابسط صورة $\frac{-8Z^4-10Z^3+Z^2}{2Z^2}+\frac{4Z^3+5Z^2+6Z}{Z}$

$$=\frac{-8Z^4}{2Z^2}-\frac{10Z^3}{2Z^2}+\frac{Z^2}{2Z^2}+(\frac{4Z3}{Z}+\frac{5Z2}{Z}+\frac{6Z}{Z})=-4Z^2-5Z+\frac{1}{2}+4Z^2+5Z+6$$

$$=\frac{1}{2}+6=6.5$$

39 **صحح الخطأ :** قسم احمد المقدار الجبري $\frac{20X^3y^2+12X^2y^2+28XY}{4XY}$ فكان الناتج $5X^2y+3X^2y^2-7XZ$ بين خطأ احمد وصححه

$$\frac{20X^3y^2+12X^2y^2+28XY}{4XY}$$

$$=\frac{20X^3y^2}{4XY}+\frac{12X^2y^2}{4XY}+\frac{28XY}{4XY}=5X2Y+3XY+7$$ الصحيح

لذا جواب احمد خطأ

اكتب

مثال واحد على قسمة مقدار جبري من ثلاثة حدود على حد جبري واحد جد الناتج

$$\frac{15X^2-10X+5}{5X}=\frac{15X^2}{5X}-\frac{10X}{5X}+\frac{5}{5X}=3X-2+\frac{1}{X}$$

الدرس الخامس // تحليل المقادير الجبرية

فكرة الدرس : تحليل المقدار الجبري بأستعمال المعامل المشترك .

تحليل المقدار الجبري بأستعمال الفرق بين مربعين

تحليل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

المفردات : العامل المشترك , الفرق بين مربعين , الفرق بين مقدارين مربعين

واليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس .

تعلم

بقع الهرم الأكبر (هرم خوفو) في مصر اذ ان الهرم رباعي منتظم المساحة الكلية له $M=X^2+2XY$ اذ ان x تمثل طول قاعدة الهرم y تمثل الارتفاع لاحد الأوجه , كيف اجد العامل المشترك الأكبر للمقدار الذي يمثل المساحة الكلية للهرم ؟

***تحليل مقدار جبري بأستعمال العامل المشترك**

درسنا سابقا ضرب حد جبري في مقدار جبري وضرب مقدار جبري في مقدار جبري وفي هذا الدرس سنتعلم التحليل بأستخدام العمل المشترك الأكبر ويرمز له (ع.م.أ) وهو عكس عملية الضرب والعامل المشترك الأكبر بين الحدود يتضمن العامل العددي والمتغيرات المشتركة بأصغر أسس . وحاصل ضربها هو العامل المشترك الأكبر .

مثال (1) جد العامل المشترك الأكبر الذي يمثل المساحة X^2+2XY

جد العامل المشترك الأكبر للمقدار وهو x $\frac{X^2}{X}+\frac{2XY}{X}$

نقسم كل حد جبري على العامل المشترك فيكون ناتج التحليل $X+2Y$

لذلك اخراج العامل المشترك الأكبر للمقدار يكتب بالشكل $X^2 + 2XY = X(X + 2Y)$

و التحقق من صحة الحل ان نضرب الحد (ع.م.أ) في القوس الذي هو ناتج قسمة كل حد على (ع.م.أ) نلاحظ ان الناتج يساوي المقدار الاصلي .

مثال (2) حلل المقدار الجبري بأستعمال العامل المشترك الأكبر و تحقق من صحة الحل :

(i) $25C^2D + 45D + 5CD^3 = 5D(\frac{25C^2D}{5D} + \frac{45D}{5D} + \frac{5CD^3}{5D})$

$= 5D(5C^2 + 9 + CD^3)$ $5D =$ ع.م.أ

$5D(5D^2 + 9 + CD^2) = 5C^2D + 45D + 5CD^3$ التحقق

(ii) $28H^2K - 8K + 12$ $4 =$ ع.م.أ

$= 4(\frac{28H^2K}{4} - \frac{8K}{4} + \frac{12}{4}) = 4(7H^2K - 2K + 3)$

(iii) $\frac{1}{4}Z^2W^2 + \frac{5}{16}ZW + \frac{3}{8}ZW^3$ $\frac{1}{4}ZW$ ع.م.أ

$= \frac{1}{4}ZW(ZW + \frac{5}{4} + \frac{3}{2}W^2)$

$= \frac{1}{4}ZW(ZW + \frac{5}{4} + \frac{3}{2}W2)$ التحقق :ضرب وتوزيع

$\frac{1}{4}Z^2W^2 + \frac{5}{16}ZW + \frac{3}{8}ZW^3$

*تحليل مقدار جبري بأستعمال الفرق بين مربعين:

الفرق بين مربعين أي يوجد إشارة (-) بين حدين وكل حد هو مربع كامل أي له جذر تربيعي وتحليل بطريقة الفرق بين مربعين هو ان نلاحظ أولا اذا كان عامل مشترك بين الحدين نستخرجه ثم نحلل الباقي داخل القوس واذا لا يوجد نفتح زوجين من الاقواس ونضع في القوس الأول الجذر التربيعي للحد الأول (-) الجذر التربيعي للحد الثاني وفي القوس الثاني نضع الجذر التربيعي للحد الأول (+) الجذر التربيعي للحد الثاني

(i) $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ اذا لا يوجد عامل مشترك

(ii) $KA^2 - KB^2 = K(A^2 - B^2) = K(A - B)(A + B)$ اذا وجد عامل مشترك يتخرج اولا

مثال (3) حلل كل المقادير بأستعمال الفرق بين مربعين

(i) $X^2 - Y^2 = (X)^2 - (Y)^2 = (X - Y)(X + Y)$

(ii) $Z^2 - 36 = (Z)^2 - (6)^2 = (Z - 6)(Z + 6)$

(iii) $4H^2 - 81W^2 = (2H)^2 - (9W)^2 = (2H - 9W)(2H + 9W)$

(iv) $Y^2 - 7 = (Y)^2 - (\sqrt{7})^2 = (Y - \sqrt{7})(Y + \sqrt{7})$

(v) $225m^4n^4 - 625a^2b^2$ $25 =$ (ع.م.أ)

$225M^4N^4 - 625A^2B^2 = 25(9M^4N^4 - 25A^2B^2)$
$= 25(3MN - 5AB)(3MN + 5AB)$

(vi) $25H^4 - 5A^2 = 5(5H^4 - A^2) = 5(\sqrt{5}H^2 - A)(\sqrt{5}H^2 + A)$

(vii) $144Z^2W^2 - 2 = (12ZW)^2 - (\sqrt{2})^2 = (12ZW - \sqrt{2})(12ZW + \sqrt{2})$

* **تحليل مقدار جبري بأستعمال فرق بين مقدارين مربعين**

يعني يوجد لدينا مقدارين كل مهما مربع كامل وبينهما إشارة (-) الفرق تحلل بنفس الطريقة لتحلل الفرق يين مربعين

مثال (4) **حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين :**

(i) $(X+Y)^2-(X+Y)^2=[(X+Y)-(X+Z)][((X+Y)+(X+Z)]$

$=(X+Y-X-Z)(X+Y+X+Z)$ استخدام قاعدة الفرق بين مربعين

$=(Y-Z)(2X+Y+Z)$ رفع الاقواس وتبسيط

(ii) $(2M+3)^2-(3M-4)^2=[(2M+3)-(3M-4)][(2M+3)+(3M-4)]$

$=(2M+3-3M+4)(2M+3+3M-4)$ استخدام قاعدة الفرق بين مربعين

$=(-M+7)(5M-1)$ رفع الاقواس وتبسيط

(iii) $(3W+5)2-(W+4)2=[(3W+5)-(W+4)][(3W+5)+(W+4)]$

$=(3W+5-W-4)(3W+5+W+4)$ فتح الاقواس

$=(2W+1)(4W+9)$ تبسيط

تأكد من فهمك

حلل المقدار بأستعمال العامل المشترك الاكبر :

1. $12X+9=3(\frac{12X}{3}+\frac{9}{3})=3(4X+3)$ ع.م.أ $=3$

2. $36Y-18=18(\frac{36Y}{18}-\frac{18}{18})=18(2Y-1)$ ع.م.أ $=18$

3. $15M+21=3(\frac{15}{3}+\frac{21}{3})=3(5M+7)$ ع.م.أ $=3$

4. $28Z^2-7Z+7=7(\frac{28Z^2}{7}-\frac{7Z}{7}+\frac{7}{7})=7(4Z^2-Z+1)$ ع.م.أ $=7$

5. $16N^2M+12M-4=4(4N2M+3M-1)$ تقسم على ع.م.أ(4)

6. $\sqrt{3}H^2-3H=\sqrt{3}H(\frac{\sqrt{3}H^2}{\sqrt{3}H}-\frac{3H}{\sqrt{3}H})=\sqrt{3}H(H-\sqrt{3})$ ع.م.أ $=\sqrt{3}H$

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين

7. $H^2-16=(H-4)(H+4)$

8. $4Y^2-9=(2Y)^2-(3)^2=(2Y-3)(2Y+3)$

ملاحظة : تستطيع ان تجد الجذر التربيعي مباشرة وتضعه بين الاقواس او تستطيع ان تكتب الحد على صورة مربع كامل وتأخذ الجذر تربيعي من بعد ذلك وتضعه بين الاقواس كما سبق

9. $169X^2-11=(13X)^2-(\sqrt{11})^2=(13X-\sqrt{11})(13X+\sqrt{11})$

10. $81A^2-B^2=(9A-B)(9A+B)$ ممكن نأخذ الجذر التربيعي مباشرة

11 $49 - y^2 = (7)^2 - (y)^2 = (7 - y)(7 + y)$ وممكن ان نكتب كل حد على صورة مربع كامل

12 $25H^2 - 9K^2 = (5H - 3K)(5H + 3K)$

13 $36 - 25R^2 = (6)^2 - (5R)^2 = (6 - 5R)(6 + 5R)$

14 $14z^2 - 2 = 2(7z^2 - 1) = 2(\sqrt{7}z - 1)(\sqrt{7}z + 1)$ اخراج عامل مشترك 2

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين .

15 $(3M + 1)^2 - (N + 6)^2 = [(3M + 1) - (N + 6)][(3M + 1) + (N + 6)]$

$= (3M + 1 - N - 6)(3M + 1 + N + 6)$

$= (3M - N - 5)(3M + N + 7)$

16 $(2X + y)^2 - (4X + 3y)^2 = [(2X + y) - (4X + y)][(2X + y) + (4X + y)]$

$= (2X + y - 4X - 3y)(2X + y + 4X + 3y)$

$= (-2X - 2y)(6X + 4y)$

17 $(x - 2)^2 - (x+5)^2 = [(x - 2) - (x+5)][(x - 2)(x+5)]$

$= (x - 2 - x - 5)(x - 2 + x + 5)$

$= -7(2x+3)$

18 $(3 - z)^2 - (6 - z)^2 = [(3 - z) - (6 - z)][(3 - z) + (6 - z)]$

$= (3 - z - 6 + z)(3 - z + 6 - z)$

$= (-3)(3 - 2z)$

تدرب وحل التمرينات

حلل المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر ومن ثم تحقق من صحة الحل

19 $2X^5 - 6X^2 + 10X^3 = 2X^2(\frac{2X^5}{2X^2} - \frac{6X^2}{2X^2} + \frac{10X^3}{2X^2})$ ع.م.أ $= 2X^2$

$= 2X^2(X^3 - 3 + 5X)$

$2X^2(X^3 - 3 + 5X) = 2X^5 - 6X^2 + 10X^3$ التحقق نضرب العامل الشترك في القوس

20 $-24y^6 + 8y^5 - 4y^4 = 4y^4(\frac{-24y^6}{4y^4} + \frac{8y^5}{4y^4} - \frac{4y^4}{4y^4})$

$= 4y^4(-6y^2 + 2y - 1)$ ع.م.أ $= 4y^4$

$4y^4(-6y^2 + 2y - 1) = -24y^6 + 8y^5 - 4y^4$ التحقق

21 $21z^3w^3 - 14z^2w^2 + 7zw = 7zw(\frac{21z^3w^3}{7zw} - \frac{14z^2w^2}{7zw} + \frac{7zw}{7zw})$

$= 72W(3Z^2W^2 - 22W + 1)$

22 $64H^2K^2 - 16HK = 16HK(\frac{64H^2K^2}{16HK} - \frac{16HK}{16HK}) = 16HK(4HK - 1)$

التحقق نفس الطريقة السابقة

23 $15M^4N^4 + 6MN^3 + 3M^2N^2 = 3MN^2(\frac{15M^4N^4}{3MN^2} + \frac{6MN^3}{3MN^2} + \frac{3M^2N^2}{3MN^2})$

$= 3MN^2(5M^3N^2 + 2N + M)$

التحقق $3MN^2(5M^3N^2 + 2N + M) = 15M^4N^4 + 6MN^3 + 3M^2N^2$

24 $R^5V^5 + R^4V^4 + R^2V^2 = R^2V^2(\frac{R^5V^5}{R^2V^2} + \frac{R^4V^4}{R^2V^2} + \frac{R^2V^2}{R^2V^2})$

$= R^2V^2(R^3V^3 + R^2V^2 + 1)$ التحقق بنفس الطريقة

25 $72X^3 + 18X^2 + 9 = 9(8X^3 + 2X^2 + 1)$

ملاحظة : عزيزي الطالب يمكن اخراج عال مشترك وناتج القسمة
كل حد على ع.م.أ يكتب مباشرة داخل القوس ممكن جدا واختصارا و التحقق بنفس الطريقة

26 $72M^2N^2 + 4MN + 8 = 4(9M^2N^2 + MN + 2)$

27 $25X^2 - 15X - 5 = 5(5X^2 - 3X - 1)$

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين

28 $4X^2 - 16 = (2X)^2 - (4)^2 = (2X - 4)(2X + 4)$

29 $81 - 25N^2 = (9)^2 - (5N)^2 = (9 - 5N)(9 + 5N)$

30 $121Z^2 - 144W^2 = (11W)^2 - (12W)^2 = (11Z - 12W)(11Z + 12W)$

31 $36H^4 - 4 = (6H^2)^2 - (2)^2 = (6H^2 - 2)(6H^2 + 2)$

32 $169A^2 - 3 = (13A)^2 - (3)^2 = (13A - \sqrt{3})(13A + \sqrt{3})$

33 $49R^2V^2 - 7 = (7RV)^2 - (\sqrt{7})^2 = (7RV - \sqrt{7})(7RV + \sqrt{7})$

34 $625B^2 - 2 = (25B)^2 - (\sqrt{2})^2 = (25B - \sqrt{2})(25B + \sqrt{2})$

35 $K^2 - 5 = (K)^2 - (\sqrt{5})^2 = (K - \sqrt{5})(K + \sqrt{5})$

36 $T^2 - 1 = (T - 1)(T + 1)$

حلل المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر ومن ثم الفرق بين مربعين

37 $5Y^2 - 20 = 5(Y^2 - 4) = 5(Y - 2)(Y + 2) \quad 5 =$ ع.م.أ

38 $12X^2 - 27 = 3(4X^2 - 9) = 3(2X - 3)(2X + 3) \quad 3 =$ ع.م.أ

39 $81 Z^2V^2 - 18 = 9(9Z^2V^2 - 2) = 9(3 ZV - \sqrt{2})(3 ZV + \sqrt{2})$

40 $100 - 20R^2V^2 = 20(5 - R^2V^2) = 20(\sqrt{5} - RV)(\sqrt{5} + RV)$

41 $14 W^2 - 2 = 2(7W^2 - 1) = 2(\sqrt{7}W - 1)(\sqrt{7}W + 1)$

42 $18K^2 - 32 = 2(9K^2 - 16) = 2(8K - 4)(8K + 4)$

43 $15 M^2 - 75 N^2 = 15(M^2 - 5N^2) = 15(M - \sqrt{5}N)(M + \sqrt{5}N)$

44 $30 H - 3 HK^2 = 3H(10 - K^2) = 3H(\sqrt{10} - K)(\sqrt{10} + K)$

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

45 $(3X + 5)^2 - (X + 4)^2 = [(3X + 5) - (X + 4)][(3X + 5) + (X + 4)]$

$= (3X + 5 - X - 4)(3X + 5 + X + 4)$

$= (2X + 1)(4X + 9)$

46 $(5Y - 3)^2 - (32 - Y)^2 = [(5Y - 3) - (32 - Y)][(5Y - 3) + (32 - Y)]$

$= (5Y - 3 - 32 + Y)(5Y - 3 + 32 - Y)$

$= (6Y - 35)(4Y + 29)$

47 $(Z + 3)^2 - (Z - 5)^2 = [(Z + 3) - (Z - 5)][(Z + 3) + (Z - 5)]$

$= (Z + 3 - Z + 5)(Z + 3 + Z - 5) = 8(2Z - 2)$

48 $(4M + N)^2 - (5M + 2N)^2 = [(4M + N) - (5M + 2N)][(4M + N) + (5M + 2N)]$

$= (4M + N - 5M - 2N)(4M + N + 5M + 2N)$

$= (-M - N)(9M + 3N)$

49 $(6Z + 1)^2 - (W + 5)^2 = [(6Z + 1) - (W + 5)][(6Z + 1) + (W + 5)]$

$= (6Z + 1 - W - 5)(6Z + 1 + W + 5)$

$= (6Z - W - 4)(6Z + W + 6)$

50 $(X - \sqrt{5})^2 + (X + \sqrt{5})^2 = [(X - \sqrt{5}) - (X + \sqrt{5})][(X - \sqrt{5}) + (X + \sqrt{5})]$

$= (X - \sqrt{5} - X - \sqrt{5})(X + \sqrt{5} + X + \sqrt{5})$

$= -2\sqrt{5}(2X) = -4\sqrt{5}X$

تدرب وحل مسائل حياتية

الاشكال على صـ81 من الكتاب المقرر

51 اذا كانت المساحة الكلية للشكل المجاور تعطى بالقانون $X = R^2 + \frac{1}{8}\pi R^2$

حلل المقدار x بأستعمال العامل المشترك الأكبر وجد قيمة x عندما $R = 4$

$$X = R^2 + \frac{1}{8}\pi R^2 = R^2(1 + \frac{\pi}{8})$$

$$= 4^2(1 + \frac{\pi}{8}) = 16 + 2\pi = 16 + 2(3.14) = 22.28$$

52 اذا كان لدينا مربع طول ضلعه $4X$ ومثلث قائم الزاوية طول الضلعين القائمين $X, X+4$

جد مساحة المربع و المثلث معا ثم حلل المقدار :

$A1 = (4X)(4X) = 16X^2$ مساحة المربع =طول الضلع في نفسه

$A2 = \frac{1}{2}(4X)(X+4)$ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

$= 2X(X+4) = 2X^2 + 8X$

$A = A1 + A2 = 16X^2 + 2X^2 + 8 = 18X^2 + 8X$ مساحة الشكلين

$18X^2 + 8X = 2X(9X+4)$ التحليل

53 علبةعلى شكل أسطوانة المساحة الكلية لها $2\pi.H + 2R^2\pi$ بسط المقدار بأستعمال العامل المشترك الأكبر ثم جد المساحة عندما $H = 7, R = 3$

$2\pi H + 2R^2\pi = 2\pi(H + R^2)$ التحليل

$= 2\pi(7 + 3^2) = 2\pi(16) = 32\pi$ المساحة

فكر

54 تحد : اذا كان المقدار $Y = 5X^3 - 15Z^2 + 6$, $Z = 5X^4 - 10X^3 - 6$ جد ناتج جمع المقدارين ثم حلل الناتج بأستعمال العامل المشترك الأكبر وهل يمكن تحليل كل من مقدار z,y

$Z + Y = Z = 5X^4 - 10X^3 - \not{6} + 5X^3 - 15Z^2 + \not{6}$ الجمع

$= 5X^4 - 5X^3 - 15X^2 = 5X^2(X^2 - X - 3)$ التحليل للجمع

لا يمكن تحليل كل من المقدار y,z على حدة لعدم وجود عامل مشترك

55 مربع طول ضلعه $Y\ CM$ ومستطيل يزيد طوله $3\ CM$ على طول ضلع المربع وينقص عرضه $3\ CM$ عن طول ضلع المربع ما مساحة المستطيل ؟ وهل المساحة تمثل الفرق بين مربعين ؟

طول ضلع المستطيل = y + 3 وعرضه = y − 3 ومساحته $(Y-3)(Y+3)$

نعم تمثل الفرق بين مربعين $(Y-3)(Y+3) = Y^2 - 9$

56 **اين الخطأ : حلل حسام وقاسم المقدار $36M^4 - 100N^2$ بأستعمال الفرق بين مربعين وكتب الناتج كما يلي:**

حل قاسم	حل حسام
$36M^4 - 100N^2$	$36M^4 - 100N^2$
$(6M^2 - 10N)(6M^2 + 10)$	$(6M^2 - 10N)(6M^2 - 10)$

ايهما كتب الناتج صحيح : حل قاسم هو الصحيح لان التحليل هو الفرق بين مربعين

اكتب

طريقتين مختلفتين لتحليل المقدار الجبري :

حلل ثم اخرج ع.م.أ

$4X^2 - 4Y^2 = (2X - 2Y)(2X + 2Y) = 2(X - Y)2(X + Y)$

$= 4(X - Y)(X + Y)$ طريقة اولى

طريقة ثانية : اخراج ع.م.أ ثم حلل $4X^2 - 4Y^2 = 4(X^2 - Y^2) = 4(X - Y)(X + Y)$

الدرس السادس // حل المسألة (الخطوات الأربعة)

فكرة الدرس حل مسألة بأستعمال الخطوات الأربعة

تعلم

اشترت هبة قطعة من القماش مستطيلة الشكل لعمل ثوب لها فأذا كان طول قطعة القماش $(X + 180)$ سنتمترا وعرض القطعة هو $(\frac{1}{2}X + 25)$ سنتمترا جد مساحة قطعة القماش .

افهم

ما المعطيات في السؤال : قطعة قماش مستطيلة الشكل ابعادها $(X + 180)$, $(\frac{1}{2}X + 25)$ سنتمترا

ما المطلوب في السؤال : إيجاد مساحة قطعة القماش

خطط

كيف تحل المسألة : افضل طريقة لايجاد الناتج هو استعمال الخطوات الأربعة

حل

مساحة قطعة القماش مستطيلة = الطول × العرض

$A = (X + 180)(\frac{1}{2}X + 25)$ توزيع

$= \frac{1}{2}X^2 + 25X + 90X + 4500$

$= \frac{1}{2}X^2 + 115X + 4500$ تبسيط

لذا مساحة المستطيل من السنتمترات $\frac{1}{2}X^2 + 115 + 4500 =$

تحقق : استعمال الطريقة العمودية للتحقق من صحة الحل :

$$X+180$$
$$\frac{1}{2}X+25$$
$$\frac{1}{2}X^2+90X \downarrow$$
$$\downarrow +25X+4500$$
$$\frac{1}{2}X^2+115X+4500$$ لذا فالحل صحيح

مسائل

استعمل استراتيجية الخطوات الأربعة لحل المسائل الاتية :

1 حديقة : حديقة مستطيلة الشكل طولها 10 m وعرضها 8 m تحيط بممر عرضها x ما المساحة الكلية للحديقة والممر

ليكن عرض الممر x فأن طول الحديقة مع الممر $2X+10$ وعرض الحديقة مع الممر $2X+8$

معطيات السؤال : طول الحديقة 10 وعرضها 8 متر واحيطت بممر عرضه x

المطلوب من السؤال : مساحة الحديقة و الممر = الطول × العرض

$$A=(2X+10)(2X+8)=4X^2+16X+20X+80$$
$$=4X^2+36X+80$$ مساحة الحديقة مع الممر

التحقق بالضرب العمودي

$$2X+10$$
$$\times\ 2X+8$$
$$4X^2+20X \downarrow$$
$$+\ \downarrow +16X+80$$
$$4X^2+36X+80$$ لذا الجواب صحيح

2 هندسة : طول قاعدة مثلث $(4X+4)$ وارتفاعه $(4X-2)$ ما مساحة المثلث بالامتار ؟

استعمل الطريقة الافقية و العمودية .

المعطيات : طول قاعدة المثلث و ارتفاعه و المطلوب مساحته

الحل : مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

$A = \frac{1}{2}(4X+4)(4X-2) = (2X+2)(4X-2)$

$= 8X^2 - 4X + 8X - 4 = 8X^2 + 4X - 4$ المساحة

التحقق

$$\begin{array}{r} (2X+2) \\ \times\ (4X-2) \\ \hline 8X^2 + 8X \\ +\ -4X - 4 \\ \hline 8X^2 + 4X - 4 \end{array}$$

لذا الجواب صحيح

3 هندسة : متوازي المستطيلات طوله x وعرضه $(2X+3)$ وارتفاعه $(3X-2)$ ما حجم متوازي المستطيلات ؟

حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع $V = X(2X+3)(3X-2)$

$= (2X^2+3X)(3X-2) = 6X^3 - 4X^2 + 9X^2 - 6X$

$= 6X^3 + 5X^2 - 6X$ الحجم

4 حديقة : لدى احمد حديقة كل من طولها وعرضها x متر وبعد زيادة 4 متر الى الطول و 5 متر الى العرض . ما مساحة الحديقة الجديدة ؟

العرض الجديد $X+5$ **الطول الجديد** $X+4$

$A = (X+4)(X+5) = X^2 + 4X + 5X + 20 = X^2 + 9X + 20$

5 علبة : لدى علي قطعة طولها 50 سنتمترا وعرضها 15 سنتمترا استعمل هذه القطعة لصنع علبة وقام بقص مربع طول ضلعة y سنتمترا عند كل زاوية ما مساحة قاعدة العلبة

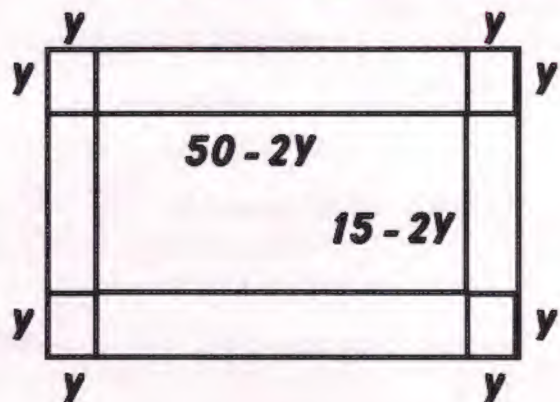
بما ان قطعة القص مربعة الشكل طول ضلعها y لذلك يصبح طول ضلع القطعة $50-2Y$ وعرضها $15-2Y$

ومساحة القاعدة = الطول × العرض الجديد

$A = (50-2Y)(15-2Y)$

$= 750 - 100Y - 30Y + 4Y^2$

$= 750 - 130Y + 4Y^2$ المساحة بعد القطع



مراجعة الفصل الثالث Chapter (3) Review

المفردات / تراجع في الكتاب صـ84 وتحفظ لاهميتها

الدرس الأول / جميع المقادير الجبرية وطرحها

مثال (1) اجمع المقادير الجبرية التالية

(i) $(22X-7)+(14X-4)$

$=22X+14X-7-4$

$=36X-11$

(ii) $(5N^2-6XN+3)+(10N^2-9XN-5)$

$=5N^2-6XN+3+10N^2-9XN-5$

$=15X^2-15XN-5$

تدريب (1) اجمع المقادير الجبرية

(i) $(8y^2-4y-4)+(5y^2-8y+3)$

$=8y^2-4y-4+5y^2-8y+3$

$=13y^2-12y-1$

(ii) $(5X^3-1)+(-4X^3+8)$

$=5X^3-4X^3-1+8=X^3+7$

مثال (2)

(i) $(4X-6(-(3X+7)$

$=(4X-6)+(-3X-7)$

$=4X-6-3X-7=X-13$

(ii) $(2X^2-5X+8)-(X^2-3X-3)$

$=(2X^2-5X+8)+(-X^2+3X+3)$

$=2X^2-5X+8-X^2+3X+3$

$=2X^2-X^2-5X+3X+8+3$

$=X^2-2X+11$

تدريب (2)

(i) $(3MN-8)-(M^2-2MN+8)$

$=(3MN-8)+(-M^2+2MN-8)$

$=3MN-8-M^2+2MN-8$

$=5MN-M^2-16$

(ii) $(2N^3+8N-4)-(-4N^3+9N+5)$

$=(2N^3+8N-4)+(4N^3-9N-5)$

$=2N^3+8N-4+4N^3-9N-5$

$=6N^6-9N-9$

الدرس الثاني ضرب حد جبري في مقدار جبري

مثال (1) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي

(i) $(-25R^{-3}V^2)(4R^{-2}V)$

$=-100R^{-5}V^3$

(ii) $(\frac{16}{3}X^5y^2)(\frac{9}{32}Xy)$

$=(\frac{16}{3}\times\frac{9}{32})X^6y^3=\frac{3}{2}X^6y^3$

تدريب (1)

(i) $(\sqrt[3]{8}H^2K^2)(\sqrt[3]{27}H^{-4}K^{-3})$

$=(\sqrt[3]{8}\sqrt[3]{27})H^{2-4}K^{2-3}$

$=2\times3H^{-2}K^{-1}=6H^{-2}K^{-1}$

(ii) $(\frac{1}{4}M^{-4}N^{-5})(24M^2N^2)=6^{-2}N^{-3}$

مثال (2) جد ناتج الضرب

$-4XY(\frac{1}{12}X^2Y+\frac{1}{32}XZ+3)$

$=(-4XY)(\frac{1}{12}X^2Y)$

$+(-4XY)(\frac{1}{12}X^2Y)+(-4XY)(3)$

$=\frac{1}{3}X^3Y^2-\frac{1}{8}X^3Y^2-12XY$

تدريب (2)

(i) $10MN(3+M^2N^2+MN)$

$=(10MN)(3)+(10MN)(M^2N^2)$

$+(10MN)(MN)$

$=30MN+10M^3N^3+10M^2N^2$

(i) $\sqrt{5}(5Z^2W^2+\sqrt{5}ZW+2)$

$5\sqrt{5}Z^2W^2+5ZW+2\sqrt{5}$

الدرس الثالث ضرب المقادير الجبرية

مثال (1) جد ناتج الضرب

$(\sqrt{5}H+2R)(\sqrt{5}H-R)$

$=\sqrt{5}\sqrt{5}H^2-\sqrt{5}HR+2\sqrt{5}RH-2R^2$

$=5H^2-3\sqrt{5}HR-2R^2$

مثال (2) جد ناتج الضرب

$(9M^2+2M-3)(4M^2-7M)$

$=4M^2(9M^2+2M-3)-7M(9M^2+2M-3)$

$=36M^4+8M^3-12M^2-63M^2-14M^2+21M$

$36M^4-55M^3-26M^3+21M$

تدريب (1) جد ناتج الضرب

$(\frac{2}{9}Z^2W^3+1)(3ZW+4)$

$=(\frac{2}{9}Z^2W^2)(3ZW)+(\frac{2}{9}Z^2W)(4)$

$+(3ZW)+4$

$=\frac{2}{3}Z^3W^3+\frac{8}{9}Z^2W^3+3ZW+4$

تدريب (2) جد ناتج الضرب

$(\frac{1}{2}HK-10)(HK-3R+2)$

$=\frac{1}{2}HK(HK-3R+2)-10(HK-3R+2)$

$=\frac{1}{2}H^2K^2-\frac{3}{2}HKR+HK-10HK+30R-20$

$=\frac{1}{2}H^2K^2-\frac{3}{2}HKR+HK-9HK+30R-20$

الدرس الرابع قسمة مقدار جبري على حد جبري

مثال (1) جد ناتج القسمة في كل مما يأتي

(i) $\frac{63X^2Y^2}{9XY}=7XY$

(ii) $\frac{\frac{1}{4}G^3H^4}{\frac{1}{36}GH}=(\frac{1}{4}\times\frac{1}{36})G^2H^2=9G^2H^3$

تدريب (1) جد ناتج القسمة في كل مما يأتي

(i) $\frac{|30|X^3Y^2}{-3X^{-3}Y^{-2}}=-10X^6Y^4$

(ii) $\frac{\sqrt{49ZW}}{7Z^2W^2}=\frac{7}{7}Z^{1-2}W^{1-2}=Z^{-1}W^{-1}$

مثال (2) جد ناتج القسمة

(i) $\frac{25R^{-6}V^{-5}-125R^{4}V^{3}+50RV}{5RV}$

$=\frac{25R^{-6}V^{-5}}{5RV}-\frac{125R^{4}V^{3}}{5RV}+\frac{50RV}{5RV}$

$=5R^{-7}V^{-6}-25R^{3}V^{2}+10$

تدريب (2) جد ناتج القسمة

$\frac{100H^{7}K^{6}+10H^{5}K^{4}+20}{10HK}$

$=\frac{100H^{7}K^{6}}{10HK}+\frac{10H^{5}K^{4}}{10HK}+\frac{20}{10HK}$

$=10H^{6}K^{5}+H^{4}K^{3}+\frac{2}{KH}$

الدرس الخامس تحليل المقادير الجبرية

مثال (1)

حلل المقدار الجبري بأستعمال ع.م.أ

$\frac{4}{27}M^{4}N^{2}-\frac{2}{45}M^{2}N^{2}+\frac{5}{18}MN$

ع.م.أ $=\frac{1}{9}MN$

$=\frac{1}{9}MN(\frac{4}{3}M^{3}N-\frac{2}{5}MN+\frac{5}{2})$

تدريب (1)

حلل المقدار الجبري بأستعمال ع.م.أ

(i) $28R^{2}V^{2}+7RV+49$ ع.م.أ $=7$

$=7(\frac{28R^{2}V^{2}}{7}+\frac{7RV}{7}+\frac{49}{7})$

$=7(4R^{3}V^{2}+RV+7)$

(ii) $\sqrt{121}\,G^{3}H^{4}+11G^{2}H^{2}+44GH$

$=11GH(G^{2}H^{3}+GH+44)$

مثال (2)

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين

(i) $(49X^{2}Y^{2}-16)=(7XY-4)(7XY+4)$

(ii) $(Z^{2}-3)=(Z-\sqrt{3})(Z+\sqrt{3})$

تدريب (2)

حلل المقدار بأستعمال الفرق بين مربعين

(i) $(R^{2}V^{2}-4M^{2})=(RV-2M)(RV+4M)$

$(64A^{4}-7)=(8A^{2}-\sqrt{7})(8A^{2}+\sqrt{7})$

اختبار الفصل الثالث

جد ناتج جمع وطرح المقادير الجبرية الاتية :

1 $(\sqrt[3]{8}X^{2}Y^{2}+4XY-2)+(\sqrt[3]{27}X^{2}Y^{2}-6XY+3)$

$=2X^{2}Y^{2}+4XY-2+3X^{2}Y^{2}-6XY+3$

$=(2X^{2}Y^{2}+3X^{2}Y^{2})+(4XY-6XY)+(-2+3)=5X^{2}Y^{2}-2XY+1$

2 $(\sqrt{9}R^{3}V^{2}+12GH-6)+(\sqrt{100}R^{3}V^{2}-2GH+1)$

$=3R^{3}V^{2}+12GH-6+10R^{3}V^{2}-2GH+1$

$=(3R^{4}V^{2}+10R^{3}V^{2})+(12GH-2GH)+(-6+1)=13R^{3}V^{2}+10GH-5$

3 $(\frac{1}{4}M^4N^4 + 7HK + 8) + (\frac{1}{16}M^4N^4 + 9HK - 12)$

$= \frac{1}{4}M^4N^4 + 7HK + 8 + \frac{1}{16}M^4N^4 + 9HK - 12$

$= (\frac{1}{4}M^4N^4 + \frac{1}{16}M^4N^4) + (7HK + 9HK) + (8 - 12) = \frac{5}{16}M^4N^4 + 16HK - 4$

4 $(\sqrt{5}H^2K^3 - 20X + 2) + (5\sqrt{5}H^2K^3 + 5X - 3)$

$= (\sqrt{5}H^2K^3 + 5\sqrt{5}H^2K^3) + (-20X + 5X) + (2 - 3) = 6\sqrt{5}H^2K^3 - 15X - 1$

5 $(\sqrt[3]{125}A^2B^2 + 4B + 3) - (15A^2B^2 + 3B - 6)$

$= (5A^2B^2 + 4B + 3) + (-15A^2B^2 - 3B + 6)$

$= (5A^2B^2 - 15A^2B^2) + (4B - 3B) + (3 + 6) = -10A^2B^2 + B + 9$

6 $(\frac{3}{12}R^6V^3 - 24H - 6) - (\frac{3}{12}R^6V^3 - 8H + 1)$

$= (\frac{1}{4}R^6V^3 - 24 - 6) + (-\frac{1}{4}R^6V^3 + 8H - 1)$

$= (\cancel{\frac{1}{4}R^6V^3} - \cancel{\frac{1}{4}R^6V^3}) + (-24H + 8H) + (-6 - 1) = -16H - 7$

جد ناتج الضرب للحدود الجبرية الاتية

7 $(6X^2Y)(12XY) = (6 \quad 12)(X^{2+1}Y^{1+1}) = 72X^3Y^2$

8 $(\frac{1}{4}GH)(32GH) = (\frac{1}{4} \quad 32)G^{1+1}H^{1+1} = 8G^2H^2$

9 $(\sqrt{25}A^4B^2)(5A^2B^2) = (\sqrt{25} \quad 5)A^{4+2}B^{2+2} = 25A^6B^4$

10 $(\sqrt[3]{1000}H^4K^3)(10HK) = (10H^4K^3)(10HK) = 100H^{4+1}K^{3+1} = 100H^5K^4$

11 $\sqrt{7}RV(\sqrt{7}R^2V^2 + RV + 2) = 7R^3V^3 + 7R^2V^2 + 2\sqrt{7}RV$

12 $\frac{1}{9}WZ(81W^{-3}Z^{-3} + 9ZW + 3) = 9W^{-2}Z^{-2} + Z^2W^2 + \frac{1}{3}WZ$

13 $-10Z^2W^2(100ZW + 10)$

$= -10Z^2W^2(10ZW + 10) = -100Z^3W^3 - 100Z^2W^2$

جد ناتج ضرب المقدارين الجبريين لكل مما يأتي

14 $(2X^2 + Y)(X + Y) = 2X^3 + 2X^2Y + XY + Y^2$

15 $(ZW + 4)(ZW + 5) = Z^2W^2 + 5ZW + 4ZW + 20 = Z^2W^2 + 9ZW + 20$

16 $(\frac{3}{15}GH - 3)(\frac{1}{5}GH - 5) = \frac{1}{25}G^2H^2 - GH - \frac{3}{5}GH + 15$

$= \frac{1}{25}G^2H^2 - \frac{8}{5}GH + 15$

17 $(3X + 4)(X^2 + 3X + 1) = 3X(X^2 + 3X + 1) + 4(X^2 + 3X + 1)$

$= 3X^3 + 9X^2 + 3X + 4X^2 + 12X + 4$

$= 3X^3 + 13X^2 + 15X + 4$

18 $(9R - 1)(2R^4 - 3R + 1) = 9R(2R^4 - 3R + 1) - 1(2R^4 - 3R + 1)$

$= 18R^5 - 27R^2 + 9R - 2R^4 + 3R - 1$

$= 18R^5 - 2R^4 - 27R^2 + 12R - 1$

19 $(4M^2N^2 - N)(4M^{-2}N^{-2} - N + 2)$

$= 4M^2N^2(4M^{-2}N^{-2} - N + 2) - N(4M^{-2}N^{-2} - N + 2)$

$= 16M^0N^0 - 4M^2N^2 + 8M^2N^2 - 4M^{-2}N^{-1} + N^2 - 2N$

$= 16 - 4M^2N^2 + 8M^2N^2 - 4M^{-2}N^{-1} + N^2 - 2N$

جد ناتج ضرب المقدارين الجبريين بأستعمال الطريقة العمودية لكل مما يأتي :

20 $(\frac{4}{16}A^2B^2 + \frac{25}{5})(A^2B^2 - \frac{1}{2})$

$\frac{1}{4}A^2B^2 + 5$

$A^2B^2 - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}A^4B^4 + 5A^2B^2$

$- \frac{1}{8}A^2B^2 - \frac{5}{2}$

$\frac{1}{4}A^4B^4 + \frac{39}{8}A^2B^2 - \frac{5}{2}$

21 $(5y^2 - y)(-3y^2 + y + 2)$

$-3y^2 + y + 2$

$5y^2 - y$

$-15y^4 + 5y^3 + 10y^2$

$- 3y^3 - y^2 - 2y$

$-15y^4 + 2y^3 + 9y^2 - 2y$

22

$8Z^{-2}W^{-2} + 4$

$2\ ZW + 2$

$16Z^{-1}W^{-1} + 8ZW$

$+ 16Z^{-2}W^{-2} + 8$

$16Z^{-1}W^{-1} + 8ZW + 16Z^{-2}W^{-2} + 8$

جد ناتج القسمة للمقادير الجبرية الاتية :

23 $\frac{-35X^4}{5X^{-2}}$

$= -7X^{4+2} = -7X^6$

24 $\frac{12y^3}{36y^2}$

$= \frac{1}{3}y^{3-2} = \frac{1}{3}y$

25 $\frac{\sqrt{100}\,R^6}{\sqrt{25}\,R^{-8}} = \frac{10}{5}R^6.R^8 = 2R^6R^8$

26 $\frac{30V^4}{6V^{-8}} = \frac{30}{6}V^4.V^8 = 5V^{12}$

27 $\frac{-35H^2}{5H^{-7}} = \frac{-35}{5}H^2.H^7 = -7H^9$

28 $\frac{56M^2N^4 - 7M^2N^2 + 42}{7MN}$

$= \frac{56M^2N^4}{7MN} - \frac{7M^2N^2}{7MN} + \frac{42}{7MN}$

$= 8MN^3 - MN + \frac{6}{MN}$

29 $\frac{-25\,ZW^2 + 10\,ZW - 5}{5ZW}$

$= \frac{-25\,ZW^2}{5ZW} + \frac{10\,ZW}{5ZW} - \frac{5}{5ZW}$

$= -5W + 2 - \frac{1}{ZW}$

30 $\frac{81 - 27\,AB - 3A}{9B}$

$= \frac{81}{9B} - \frac{27\,AB}{9B} - \frac{3A}{9B}$

$= \frac{9}{B} - 3A - \frac{9}{3B}$

حلل المقادير الجبرية بأستعمال الفرق بين مربعين

31 $14Y^2 + 2Y - 24$

$= 2(7Y^2 + Y - 12)$

32 $4Z^2W^2 - 16\,Z^2W^2 + 48\,ZW$

$= 4\,ZW(Z^3W - 4ZW + 12)$

33 $100C^3D^3 + 50C^2D^2 + 25CD$

$= 25CD(4C^2D^2 + 2CD + 1)$

34 $4Z^2 - 16 = (2Z - 4)(2Z + 4)$

$(144X^4 - 64)$

$= (12X^2 - 8)(12X^2 + 8)$

حلل المقادير الجبرية بأستعمال العامل المشترك الأكبر ثم الفرق بين مربعين :

36 $25R^2 - 3$

$= (5R - \sqrt{3})(5R + \sqrt{3})$

37 $81G^2H^2 - 36$

$= (9GH - 6)(9GH + 6)$

38 $18V^2 - 32$

$= 2(9V^2 - 16)$

$= 2(3V - 4)(3V + 4)$

39 $50\,Z^2 - 2$

$= 2(25Z^2 - 1)$

$= 2(5Z - 1)(5Z + 1)$

40 $400X - 4XY^2$

$= 4X(100 - Y^2)$

$= 4X(10 - Y)(10 + Y)$

41 $81\,W - 169W^3$

$= W(81 - 169W^2)$

$= W(9 - 13W)(9 + 13W)$

الفصل الرابع

Inequalities an Equations المعادلات و المتباينات

الدرس الأول: حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R.
الدرس الثاني: حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R.
الدرس الثالث: حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R.
الدرس الرابع: حل المتباينات الجبرية ذات خطوتين في R.
الدرس الخامس: حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R.
الدرس السادس: خطة حل المسألة (التخمين و التحقيق).

الاختبار القبلي Pretest

جد قيمة العبارة الجبرية في كل ممايأتي بأستعمال قيمة المتغير المعطاة:

1. $(7x-3^2)+7 \quad ,x=4$ عن x عوض 4 في المعادلة و جد الناتج.
$(7(4)-9)+7 = 28-9+7 = 26$

2. $3(y-2)-10 \quad ,y=-5$
$3(-5-2)-10 = 3(-7)-10 = -12-10 = -31$

3. $2^3(n-6)-15 \quad ,y=-5$
$2^3(-16-6)-15 = 8(-22)-15 = -176-15 = -191$

4. $(36 \div d)-4^2(1-d) \quad ,n=6$
$(36 \div 6)-4^2(1-6) = (6)-16(-5)+80 = 86$

5. $|-8|+y^3-24 \quad ,y=3$
$|-8|+3^3-24 = 8+27-24 = 11$

6. $3v \div 5-|-12| \div 2 \quad ,v=-5$
$3(-5) \div 5-|-12| \div 2 = (-15 \div 5)-6 = -3-6 = -9$

حل معادلات الجمع والطرح بأستعمال الحساب الذهني

7. $x+21=21 \Rightarrow x+21=21 \Rightarrow x=0$
8. $y-9=11 \Rightarrow 20-9=11 \Rightarrow y=20$
9. $80-z=20 \Rightarrow 8-60=20 \Rightarrow z=60$
10. $|-10|+x=33 \Rightarrow 10+x=33 \Rightarrow 10+23=33 \Rightarrow x=23$
11. $m-\sqrt{16}=0 \Rightarrow m-4=0 \Rightarrow 4-4=0 \Rightarrow m=4$
12. $\sqrt{49}-n=0 \Rightarrow 7-n=0 \Rightarrow 7-7=0 \Rightarrow m=0$

حل معادلات الجمع والطرح بأستعمال العلاقة بين الجمع و الطرح: (أضافة النظير الجمعي للطرفين)

13. $w+132=61 \Rightarrow w+132-132=61-132 \Rightarrow w=-71$
14. $m-22=-32 \Rightarrow m-22+22=-32+22 \Rightarrow m=-10$

15 $y + 14 = |-10| \Rightarrow y + 14 = 10 \Rightarrow y + 14 - 14 = 10 - 14 \Rightarrow y = -4$

16 $63 - x = |-43| \Rightarrow 63 - x = 43 \Rightarrow 63 - x + x = 43 + x \Rightarrow$
$63 = 43 + x \Rightarrow 63 - 43 = 43 - 43 + x \Rightarrow x = 20$

17 $\sqrt{64} - h = 8 \Rightarrow 8 - h + h = 8 + h \Rightarrow 8 = 8 + h \Rightarrow$
$8 - 8 = 8 - 8 + h \Rightarrow h = 0$

18 $d + \sqrt[3]{27} = 8 \Rightarrow d + 3 = 8 \Rightarrow d + 3 - 3 = 8 - 3 = d = 5$

حل معادلات الضرب و القسمة بأستعمال العلاقة بين الضرب و القسمة (بأستخدام النضير الضربي).

19 $3k = 15 \Rightarrow \frac{1}{3} \times 3k = \frac{1}{3} \times 15 \Rightarrow k = \frac{15}{3} \Rightarrow k = 5$

20 $s \div 8 = -9 \Rightarrow \frac{s}{8} = -9 \Rightarrow 8 \times \frac{s}{8} = -9(8) \Rightarrow s = -72$

21 $\sqrt{4}n = -24 \Rightarrow 2n = -24 \Rightarrow \frac{1}{2}(2n) = \frac{1}{2}(-24) \Rightarrow n = -12$

22 $|-7|m = 63 \Rightarrow 7m = 63 \Rightarrow \frac{1}{7}(7m) = \frac{1}{7}(63) \Rightarrow m = 9$

23 $-88 \div y = |-11| \Rightarrow \frac{-88}{y} = 11 \Rightarrow -88 = 11y$
$\Rightarrow \frac{1}{11}(-88) = \frac{1}{11}(11y) \Rightarrow -8 = y \Rightarrow y = -8$

24 $x \div \sqrt[3]{8} = 20 \Rightarrow \frac{x}{2} = 20 \Rightarrow 2(\frac{x}{2}) = 2(20) \Rightarrow x = 40$

حل المعادلات التالية في Q: (بأستخدام النضير الجمعي و الضربي).

25 $7y - 4 = 51 \Rightarrow 7y - 4 + 4 = 51 + 4$
$\Rightarrow 7y = 55 \Rightarrow \frac{1}{7}(7y) = \frac{1}{7}(55) \Rightarrow y = \frac{55}{7}$

26 $\sqrt{16} - 2x = 21 \Rightarrow 4 - 2x \Rightarrow 21 \Rightarrow 4 - 4 - 2x = 21 - 4$
$\Rightarrow -2x = 17 \Rightarrow \frac{1}{-2}(-2x) = \frac{1}{-2}(17) \Rightarrow x = \frac{17}{-2}$

27 $3x \div 9 = 5 + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3x}{9} = \frac{10+1}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{11}{2}$
$\Rightarrow 3(\frac{x}{3}) = 3(\frac{11}{2}) \Rightarrow x = \frac{33}{2}$

28 $\sqrt[3]{27} \div m = 5^2 - 1 \Rightarrow \frac{3}{m} = 25 - 1$
$\Rightarrow \frac{3}{m} = 24 \Rightarrow m = \frac{3}{24} \Rightarrow m = \frac{1}{8}$

29 $|-18|h = 72 \div (-9) \Rightarrow 18h = \frac{72}{-9}$

$\Rightarrow 18h = -8 \Rightarrow h = \frac{-8}{18} = \frac{-4}{9}$

30 $z \div |-11| = 3^3 \div 22 \Rightarrow z \div 11 = 27 \div 22 \Rightarrow \frac{z}{11} = \frac{27}{22}$

$\Rightarrow 11(\frac{z}{11}) = 11(\frac{27}{22}) \Rightarrow z = \frac{27}{2}$

أكتب مثالا واحدا لكل خاصية من الخواص الآتية:

31 لكل $a,b,c \in Q$ أذا كان $a \le b$ فأن $a+c \le b+c$ أذا كان $c \ge 0$ مثل:
$5 > 3$ فأن $3+2 < 5+2$

مثال// أذا كان $\sqrt{16} \le \sqrt{12}$ فأن $\sqrt{16}+3 \le \sqrt{12}+3$

32 لكل $(a,b,c \in Q)$ أذا كان $a \le b$ فأن $a.c \le b+c$ أذا كان $c \le 0$ مثل:
$5 > 3$ وأن $-2 < 0$ فأن $5(-2) < 3(-2) \Leftarrow -10 < -6$

33 لكل a,b,c اذا كان $a \ge b$ وان $(c > 0)$ فأن $\frac{b}{c} \ge \frac{a}{c}$ واذا $(c > 0)$ فأن $\frac{b}{c} \le \frac{a}{c}$ مثل:

اذا كان $7 < 10$ وان $0 < 3$ فأن $\frac{7}{3} < \frac{10}{3}$

استعمل خصائص المتباينات لحل كل من المتباينات الاتية: (النظير الضربي والجمعي)

34 $y - 10 < 12 \Rightarrow y - 10 + 10 < 12 + 10 \Rightarrow y < 22$

35 $x + 5^2 \ge 18 \Rightarrow x + 25 \ge 18$
$\Rightarrow x25 - 25 \ge 18 - 25 \Rightarrow x \ge -7$

36 $-9 + m \le 0 \Rightarrow -9 + 9 + m \le 0 + 9 \Rightarrow m \le 9$

37 $\sqrt[3]{8} + h \le 26 \Rightarrow 2 + h \le 26$
$\Rightarrow 2 - 2 + h \le 26 - 2 \Rightarrow h \le 24$

38 $\frac{x}{11} > \frac{1}{3} \Rightarrow (\frac{x}{11})11 > (\frac{1}{3}) \Rightarrow x > \frac{11}{3}$

39 $-7y \le 19 \Rightarrow (-7y)(\frac{1}{-7}) \ge 19(\frac{1}{-7}) \Rightarrow y \ge -\frac{19}{7}$

40 $\frac{y}{7} < -10 \Rightarrow \quad y < (-10)(7) \quad \Rightarrow y < -70$

41 $4x + 10 < -48 \Rightarrow 4x + 10 - 10 < -48 - 10$

$\Rightarrow 4x < -58 \quad \Rightarrow x < \frac{-58}{4}$

42 $-3(n - 7) \ge 21 \Rightarrow -3n + 21 \ge 21$
$\Rightarrow -3n + 21 - 21 \ge 21 - 21 \quad \Rightarrow -3n \ge 0 \Rightarrow n \le 0$

الدرس الاول /

حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R

فكرة الدرس:

* حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R مجموعة الأعداد الحقيقية.
المفردات: معادلة بمتغير واحد، معادلة من الدرجة الأولى، التحقق.
و أليك المثال التالي لتوضيح فكرة الدرس.

تعلم:

لدى أحمد 5 أقفاص من طيور الكناري ولدى فراس 4 أقفاص من الطيور. أخرج احمد 8 طيور من أقفاصه و أصنافها الى طيور فراس ليصبح لدى كل منهما عدد الطيور نفسه. أذا وزعت الطيور بشكل متساوي على الأقفاص فجد عدد الطيور في كل قفص؟

ملاحظة: حل المعادلات بأستعمال الجمع و الطرح.
تعلم ان المعادلة من الدرجة الأولى بمتغير واحد هي المعادلة التي فيها متغير واحد ومن القوة واحد وحل المعادلة يعني أيجاد قيمة المتغير فيها ولحل المعادلة نضع المتغير في طرف و الأعداد في الطرف الآخر. وأليك المثال أعلاه لتوضيح فكرة الدرس.

مثال(1): جد عدد الطيور في كل قفص

أفرض عدد الطيور في كل قفص هو x لذا عدد طيور أحمد 5x وعدد طيور فراس 4x. لذا فأن المعادلة التي تمثل المسألة هي:

الطريقة الأولى للحل: الطريقة الرأسية وذلك بأضافة:

$$5x - 8 = 4x + 8$$
$$-4x \qquad -4x$$
$$x - 8 = 8$$
$$+8 = +8$$

$\therefore x = 16$ لذا عدد الطيور في كل قفص هو 16 طيرا

أما الطريقة الثانية: هي الطريقة الأفقية (المستعملة دائما) أكتب المعادلة التي تمثل المسئلة

$5x - 8 = 4x + 8 \Rightarrow 5x - 4x - 8 = 4x - 4x + 8$

$\Rightarrow x - 8 = 8 \Rightarrow x = 8 + 8 \Rightarrow x = 16$

التحقق عن قيمة المتغير في معادلة المسألة نعوض 16 وهي قيمة x

$$5x - 8 = 4x + 8$$
$$5(16) - 8 = 4(16) + 8$$
$$80 - 8 = 64 + 8$$
$$72 = 72$$

∴ الحل صحيح

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع والطرح:

i) $3y - 12 = 2y - |-30| \Rightarrow 3y - 12 = 2y - 30$
$\Rightarrow 3y - 2y - 12 = 2y - 2y - 30 \Rightarrow y - 12 = -30$
$\Rightarrow y = -30 + 12 = -18$

ii) $20 + 2h = 3h - 3^2 \Rightarrow 2 + 2h - 2h = 3h - 2h - 9$
$\Rightarrow 20 = h - 9 \Rightarrow h = 20 + 9 = 29$

iii) $2x + 2\sqrt{3} = x - 3\sqrt{3} \Rightarrow 2x - x + 2\sqrt{3} = x - x - 3\sqrt{3}$
$\Rightarrow x + 2\sqrt{3} = -3\sqrt{3} \Rightarrow x = -2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Rightarrow x = -5\sqrt{3}$

iv) $|-3|m = 10 - \sqrt[3]{-8}m \rightarrow 3m = 10 + 2m$

$\rightarrow 3m - 2m = 10 + 2m - 2m \rightarrow m = 10$

خلاصة حل المعادلات: بعد تخليص المعادلة من المطلق و الجذور التربيعية و التكعيبية نقل جميع المتغيرات الى جهة اليسار مع تغيير أشاراتها و الأعداد المعلومة الى جهة اليمين أيضا مع تغيير الأشارات و بعد التبسيط نحصل على قيمة المتغير وهو يمثل حل المعادلة.

*** حل المعادلات بأستعمال الضرب و القسمة:**

أستعمل الضرب و القسمة لأيجاد قيمة المتغير في معادلات الدرجة الأولى في متغير واحد.

مثال(3) أقلام تلوين: أشترت سرى 5 علب أقلام تلوين، فأحتفظت لنفسها ب 3 أقلام من كل علبة و وزعت الباقي على أخواتها الأربعة بالتساوي فكان حصة كل واحدة من اخواتها 15 قلاما، ماعدد الأقلام في كل علبة؟

الحل: أفرض عدد الاقلام في كل علبة هو n قلما.

و بعد أن أخذت من كل علبة 3 قلم ، أصبحت عدد الأقلام في كل علبة n-3 وهن 5 علب و وزعت على 4 أخوات و حصة كل واحدة منهن 15 فالمعادلة التي تمثل المسألة هي:

5 علب كل علبة (n-3) قلم مقسوم على 4 يساوي 15 .

$5(n-3) \div 4 = 15$

$\frac{5(n-3)}{4} = 15 \rightarrow 4\left(\frac{5(n-3)}{4}\right) = 4(15) \rightarrow 5n - 15 = 60$

$\rightarrow 5n - 15 + 15 = 60 + 15 \rightarrow 5n = 75 \rightarrow n = \frac{75}{5} = 15$

$\rightarrow n = 15$

لذا كل علبة تحتوي على 15 قلما

و للتحقق عوض n بما يساويها 15 في المعادلة التي تمثل المسألة.

$5(15 - 3) \div 4 = 15$

$5 \times 12 \div 4 = 60 \div 4 = 15$. ∴ الحل صحيح

مثال(4): حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة: (أستعمل النظير الضربي)

i) $x \div 12 = 4 \rightarrow \frac{x}{12} = 4 \rightarrow 12\left(\frac{x}{12}\right) = 12(4) \rightarrow x = 48$

ii) $\sqrt{36}y \div 2 = |-5| \rightarrow 6y \div 2 = 5 \rightarrow \frac{6y}{2} = 5$

$\rightarrow 3y = 5 \rightarrow \frac{3y}{3} = \frac{5}{3} \rightarrow y = \frac{5}{3}$

مثال(5): حل العادلات التالية: (أستعمل النظير الجمعي)

i) $5y + 7 = 3y - 2^3 \rightarrow 5y - 3y + 7 = 3y - 3y - 8$

$\rightarrow 2y + 7 = -8 \rightarrow 2y + 7 - 7 = -8 - 7 \rightarrow 2y = -15$

$\rightarrow \frac{2y}{2} = \frac{-15}{2} \rightarrow y = \frac{-15}{2}$

ii) $\sqrt{16}x - 3\sqrt{7} = \sqrt{9}x \rightarrow 4x - 3\sqrt{7} = 3x$

$\rightarrow 4x - 3x - 3\sqrt{7} = 3x - 3x \rightarrow x - 3\sqrt{7} = 0$

$\rightarrow x - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 0 + 3\sqrt{7} \rightarrow x = 3\sqrt{7}$

iii) $3(6t+5) = 3(3t+12) \Rightarrow 6t+5 = 3t+12$

$\Rightarrow 6t - 3t = 12 - 5 \Rightarrow \frac{3t}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow t = \frac{7}{3}$

iv) $\frac{2X}{5} = \frac{7}{20} \Rightarrow 5(\frac{2X}{5}) = 5(\frac{7}{20}) \Rightarrow 2x = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{7}{2(4)} = \frac{7}{8}$

تأكد من فهمك:

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح و تحقق من صحة الحل.

أضافة $-3x$ الى الطرفين:

1 $4x - 10 = 3x + 20 \Rightarrow 4x - 3x - 10 = 3x - 3x + 20$
$\Rightarrow x - 10 = 20 \Rightarrow x - 10 + 10 = 10 + 20 \Rightarrow x = 30$

التحقق: نعوض عن $x=30$ في المعادلة الاصلية $4(30) - 10 = 3(30) + 20$
الحل صحيح $120 - 10 = 90 + 20 \Rightarrow 110 = 110$

اضافة m - للطرفين

2 $25 + m = 2m - 16 \Rightarrow 25 + m - m = 2m - m - 16$

اضافة 16 للطرفين

$\Rightarrow 25 = m - 16 \Rightarrow 25 + 16 = m - 16 + 16$
$\Rightarrow 41 = m \Rightarrow m = 41$

التحقق: نعوض $m=41$ في المعادلة الاصلية $25 + m = 2(41) - 16$
الحل صحيح $66 = 82 - 16 \Rightarrow 66 = 66$

3 $2y - 2^4 = y - 3 \Rightarrow 2y - y - 2^4 = y - y - 3 \Rightarrow y - 16 = -3$
$\Rightarrow y - 16 + 16 = -3 + 16 \Rightarrow y = 13$

التحقق: نعوض $y=13$ في المعادلة الاصلية $2(13) - 2^4 \overset{?}{=} 13 - 3$

4 $\sqrt{49} - d = 21 - 2d \Rightarrow 7 - d = 21 - 2d$
$\Rightarrow 7 - d + 2d = 21 - 2d + 2d$
$\Rightarrow 7 + d = 21 \Rightarrow 7 - 7 + d = 21 - 7 \Rightarrow d = 14$

التحقق: نعوض $d=14$ في المعادلة الاصلية $\sqrt{49} - 14 = 21 - 2(14)$
$\Rightarrow 7 - 14 = 21 - 28 \Rightarrow -7 = -7$

5 $|-13|x = \sqrt[3]{-27} + 12x \Rightarrow 13x = -3 + 12x$
$\Rightarrow 13x - 12x = -3 + 12x - 12x \Rightarrow x = -3$ التحقق بنفس الطريقة السابقة

6 $7y - 6^2 = 6y - 36 \Rightarrow 7y - 36 - 6y = 6y - 6y - 36$
$y - 36 = -36 \Rightarrow y = -36 + 36 \Rightarrow y = 0$ التحقق بنفس الطريقة السابقة

7 $3h + 4\sqrt{5} = 2h + 7\sqrt{5} \Rightarrow 3h - 2h + 4\sqrt{5} = 2h - 2h + 7\sqrt{5}$

$h + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5} \Rightarrow h + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \Rightarrow h = 3\sqrt{5}$

8 $\sqrt{9}x = |-17| + 2x \Rightarrow 3x = 17 + 2x \Rightarrow 3x - 2x = 17 + 2x - 2x$

$\Rightarrow x = 17$

حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة و تحقق من صحة الحل:

9 $2x \div 16 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2x}{16} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow 8\left(\frac{x}{8}\right) = 8\left(\frac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow x = \frac{8}{3}$ للتحقق: نعوض في المعادلة الاصلية

$2\left(\frac{8}{3}\right) \div 16 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{16}{3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{3}$

10 $\sqrt[3]{8}y \div |-6| = 3^2 \Rightarrow 2y \div 6 = 9 \Rightarrow \frac{2y}{6} = 9$

$\Rightarrow \frac{y}{3} = 9 \Rightarrow 3\left(\frac{y}{3}\right) = 3(9) \Rightarrow y = 27$ التحقق في نفس الطريقة

11 $3m - 9 = 5 - 2m \Rightarrow 3m + 2m - 9 = 5 - 2m + 2m$

$\Rightarrow 5m - 9 = 5 \Rightarrow 5m - 9 + 9 = 5 + 9 \Rightarrow 5m = 14$

$\Rightarrow \frac{1}{5}(5m) = \frac{1}{5}(14) \Rightarrow m = \frac{14}{5}$ التحقق في نفس الطريقة

12 $\sqrt{3}z \div 12 = \sqrt{12} \div 5 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}z}{12} = \frac{\sqrt{12}}{5} \Rightarrow 12\left(\frac{\sqrt{3}z}{12}\right) = 12\left(\frac{\sqrt{12}}{5}\right)$

$\Rightarrow \sqrt{3}z = 12\left(\frac{\sqrt{12}}{5}\right) \Rightarrow z = \frac{12\sqrt{12}}{5\sqrt{3}} \Rightarrow z = \frac{12 \times 2\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} \Rightarrow z = \frac{24}{5}$

13 $\frac{\sqrt{5}}{2}x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{5}x = \frac{1}{3}(2) \Rightarrow x = \frac{2}{3\sqrt{5}}$

للتحقق عوض عن قيمة $x = \frac{2}{3\sqrt{5}}$ بالمعادلة الأصلية نلاحظ الطرف الأيسر = الأيمن

14 $\frac{6y}{5\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{6y}{5 \times 3} = \frac{6}{5} \Rightarrow 6y = \frac{6 \times 15}{5}$

$\Rightarrow y = \frac{6 \times 15}{5 \times 6} \Rightarrow y = 3$

15 $2(h+5)=\sqrt{64} \Rightarrow 2h+10=8 \Rightarrow 2h=8-10 \Rightarrow 2h=-2$

$\Rightarrow h=\frac{-2}{2} \Rightarrow h=-1$

16 $|-14|n=63\div(-9) \Rightarrow 14n=-7 \Rightarrow n=\frac{-7}{14} \Rightarrow n=\frac{-1}{2}$

تدرب و حل التمرينات/

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح و تحقق من صحة الحل:

17 $5y-20=4y+2$

$5y-4y=4y-4y+2+20 \Rightarrow y=22$

التحقق نعوض في المعادلة الأصلية $y=22$

$5(22)-20=4(22)+2 \Rightarrow 110-20=88+2 \Rightarrow 90=90$

18 $6x+3^2=5x-5$

$6x-5x=-5-3^2 \Rightarrow x=-14$

$6(-14)+3^2=5(-14)-5 \Rightarrow -84+9=-70-5$

$\Rightarrow -75=-75$ ✓ التحقق

19 $\sqrt{36}-h=23-2h$

$6-h=23-2h \Rightarrow 2h-h=23-6 \Rightarrow h=17$

والتحقق بنفس الطريقة

20 $f=\sqrt[3]{-64}+2f$

$f=-4+2f \Rightarrow f-2f=-4 \Rightarrow -f=-4 \Rightarrow f=4$

والتحقق بنفس الطريقة

21 $3z-2\sqrt{3}=2z+7\sqrt{3}$

$3z-2z=7\sqrt{3}+2\sqrt{3} \Rightarrow z=9\sqrt{3}$

22 $\sqrt{16}x=|-19|+3x$

$4x=19+3x \Rightarrow 4x-3x=19+3x-3x \Rightarrow x=19$

التحقق نعوض في المعادلة الأصلية $x=19$

حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة و تحقق من صحة الحل:

23 $4y\div 24=\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{4y}{24}=\frac{1}{5} \Rightarrow y=\frac{6}{5}$

التحقق نعوض $y=\frac{6}{5}$ في المعادلة الأصلية

$4(\frac{6}{5})\div 24=\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{24}{5}\times\frac{1}{24}=\frac{1}{5}$

24 $\sqrt[3]{27}z\div|-7|=3^3 \Rightarrow \frac{3z}{7}=27 \Rightarrow z=\frac{27\times 7}{3} \Rightarrow z=63$

25 $v - 8 = 8 - 2v \Rightarrow v + 2v \Rightarrow = 8 + 8 \Rightarrow 3v = 16 \Rightarrow v = \frac{16}{3}$

26 $\sqrt{2}x \div 9 = \sqrt{2} \div 5 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}x}{9} = \frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \sqrt{2}x = \frac{9\sqrt{2}}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{9\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{9}{5}$

27 $\frac{\sqrt{3}y}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3}y = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3\sqrt{3}}$

التحقق نعوض $y = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ في المعادلة الأصلية.

28 $\frac{8h}{7\sqrt[3]{64}} = \frac{16}{7}$

$\frac{8h}{7(4)} = \frac{16}{7} \Rightarrow 2h = \frac{16 \times 7}{7} \Rightarrow h = \frac{16}{2} = 8$

29 $5(k + 6) = \sqrt[3]{-125}$

$5k + 30 = -5 \Rightarrow 5k = -5 - 30 \Rightarrow k = \frac{-35}{5} = -7$

30 $|-8|n = 72 \div (-12) \Rightarrow 8n = \frac{72}{-12}$

$\Rightarrow 8n = -6 \Rightarrow n = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$

31 $5x \div 13 = 6x \div 13$

$\frac{5x}{13} = \frac{6x}{13} \Rightarrow 5x - 6x \Rightarrow 0 \Rightarrow x = 0$

في حالة التحقق تشمل جميع المسائل حيث نستخرج قيمة المتغير و التحقق من صحة الحل نعوض المتغير في السؤال.

تدرب و حل مسائل حياتية:

32 **شراء:** أشترى نور سيارة بقيمة 28 مليون دينار دفع 6 ملايين دفعة أولى و قسط الباقي على 11 شهرا. أكتب معادلة تمثل المسألة و حلها لكي تجد قيمة القسط الشهري؟

نفرض القسط الشهري $=x$، وعدد الأقساط $11x$

المعادلة التي تمثل المسألة:

$11x = 28 - 6$

$11x = 22 \Rightarrow x = \frac{22}{11} = 2$

أي 2 مليون دينار القسط الشهري

33 غوص: نزلت غواصة أبحاث في سطح البحر فقطعت $\frac{6}{10}$ من عمق البحر و توقفت. على أي عمق يقع قاع البحر أذا كانت الغواصة قد توقفت على عمق 180m من سطح البحر ؟

أفرض عمق البحر h مترا فان:

$$\frac{6h}{10} = 180 \rightarrow 6h = 1800$$

$$\rightarrow h = \frac{1800}{6} = 300m$$ عمق البحر

34 حديقة الحيوان: حل المعادلة $3n + 15 = 2n + 32$ لأيجاد قيمة n التي تمثل عدد القرود في حديقة الحيوان.

$$3n + 15 = 2n + 32$$

$$3n - 2n = 32 - 15 \rightarrow n = 17$$ عدد القرود

35 حدائق: سرعت منطقة مستطيلة الشكل بالورد طولها ثلاث أمثال عرضها ما أبعاد المنطقة المزروعة بالورد أذا كان محيطها 52m ؟

نفرض عرض المنطقة x فان طولها 3x:

محيط المستطيل $2(3x + x) = 52 \rightarrow 6x + 2x = 52 \rightarrow 8x = 52$

$$\rightarrow x = \frac{52}{8} = 6.5m$$ العرض

$\therefore 6.5(3) = 19.5m$ الطول

لذا أبعاد المنطقة المزروعة هي: 6.5m , 19.5m

فكر

تحد: حل المعادلات الاتية:

36 $\sqrt{2}x - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2}x$

$$\sqrt{2}x + \sqrt{2}x = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \rightarrow 2\sqrt{2}x = 8\sqrt{2} \rightarrow x = \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 4$$

37

$$|-11|f = \sqrt[3]{-64} + 12f \rightarrow 11f = -4 + 12f \rightarrow 11f - 12f = -4$$

$$-f = -4 \rightarrow f = 4$$

38 أصحح الخطأ: حلت أيمان المعادلة الآتية: $\frac{v}{5^2} = \frac{\sqrt{5}}{5^3}$ وكتبت $v = \frac{1}{5}$

الجواب: $\frac{v}{5^2} = \frac{\sqrt{5}}{5^3} \rightarrow \frac{v}{25} = \frac{\sqrt{5}}{125} \rightarrow v = \frac{25\sqrt{5}}{125} \rightarrow v = \frac{\sqrt{5}}{5} \rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{5}}$

∴ جواب أيمان خطأ.

39 **حس عددي:** عمر سمير ضعف عمر سعيد بعد مرور 6 سنوات ليصبح عمر سمير 22 سنة ما عمر سعد قبل 6 سنوات؟

أفرض عمر سعد y فأن عمر سمير 2y

$$2y + 6 = 22$$

$$2y = 22 - 6 \Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{2} \Rightarrow y = 8$$

عمر سعد قبل 6 سنوات 8 سنة.

أكتب: مسألة حياتية تمثل المعادلة التالية وجد حلها $7n - 50 = 20$

المسألة: ليكن n عدد الطلاب في كل مجموعة من مدرسة تتكون من 7 مجموعات و أذا نجح من الطلاب 50 طالبا بقى 20 طالبا راسبا ماعدد الطلاب في كل مجموعة؟

$$7n - 50 = 20 \Rightarrow 7n = 20 + 50 \Rightarrow 7n = 70$$

$$\Rightarrow n = \frac{70}{7} = 10$$

في كل مجموعة هو طلاب 10

الدرس الثاني /

حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بعدة خطوات في R

فكرة الدرس:

* حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بعدة خطوات.

المفردات:

خاصية التوزيع ،خاصية التجميع ، واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس.

تعلم:

على الساحل 600 فقمة، زادت $\frac{1}{6}$ عددها نتيجة الولادات و بعد تعرضها الى هجوم من قبل الحيتان الزرق، قل عددها الى 550 فقمة ما عدد الفقمات المفقودة؟

حل المعادلات التي تتضمن متغيرا في أحد طرفيها أو كليهما:

Sovling the Equations Which has Variables in One Side or Both Side:

لحل المعادلة التي تحتوي على متغير واحد أعزل الحد الذي يحتوي على متغير في أحد طرفيها ثم اجعل معامله واحدا لأستعمال خواص الأعداد الحقيقية (التوزيع و التجميع)

لأيجاد عدد الفقمات المفقودة، أفرض عدد الفقمات المفقودة n.

عدد الفقمات بعد الولادة أصبحت: $700 = 600 \times \frac{1}{6} + 600$

لذلك عدد الفقمات - المفقودة = الباقية. $700 - n = 550$ (المعادلة)

عدد الفقمات المفقودة: $-n = 550 - 700 \Rightarrow -n = -150 \Rightarrow n = 150$

و التحقق من الحل نعوض $n = 150$ في المعادلة في جهة اليسار ستحصل على جهة اليمين

(الطرف الأيمن) $L.S = 700 - 150 = 550 \;\; R.S$ (الطرف الايسر)

∵ الأيمن = الأيسر

((يعني المتغيرات التي تجعلها في الطرف الايسر و الاعداد تجعلها في الطرف الأيمن كما ذكرت سابقا وتبسيط الطرفين بحيث تجعل معامل متغير (1) حيث اذا كان اكثر من (1) نقسم الطرفين عليه وهو يمثل الحل))

مثال 2 : حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الاعداد الحقيقة :

i) $2(z-8)+16=|-36| \Rightarrow 2z-16+16=36$

$\Rightarrow \frac{2z}{2}=\frac{36}{2} \Rightarrow z=18$ بقسمة الطرفين على ٢ معامل z.

ii) $4(x-5\sqrt{3})=3x-2\sqrt{3} \Rightarrow 4x-20\sqrt{3}=3x-2\sqrt{3}$

$\Rightarrow 4x-3x=-2\sqrt{3}+20\sqrt{3} \Rightarrow x=18\sqrt{3}$

iii) $\frac{1}{5}(3y+10)-7=\frac{2}{5}(y-15) \Rightarrow \frac{3}{5}y+2-7=\frac{2}{5}y-6$

$\Rightarrow \frac{3}{5}y-\frac{2}{5}y=5-6 \Rightarrow \frac{1}{5y}y=-1 \Rightarrow y=-5$

*** حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة :**

ان حل المعادلات تحتوي على قيم مطلقة للمتغير مثل $|x|=3$ في هذه الحالة يعني ايجاد المسافة بين x والعدد (0) على مستقيم الاعداد وله قيمتان موجبة وسالبة وتقرأ المسافة من اليمين ومن اليسار 3 وحدات .



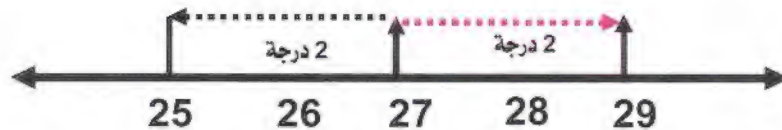
لذا فان حل المعادلة $|x|=3$ هو اما x=3 او y=-3 ومجموعة الحل s={3,-3}

مثال (3) حديقة الحيوان : المعادلة $|x-27|=2$ تمثل درجة الحرارة في مكان مخصص للافاعي جد درجة الحرارة العظمى و الصغرى لمكان الافاعي في حديقة الحيوان ؟

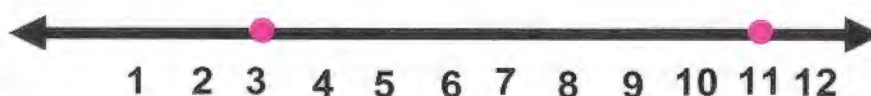
الحالة الأولى : $x-27=2 \Rightarrow x=2+27 \Rightarrow x=29^\circ$

الحالة الثانية : $x-27=-2 \Rightarrow x=-2+27 \Rightarrow x=25^\circ$

لذا درجة الحرارة العظمى 29° درجة سليزية و الصغرى هي 25° درجة سليزية.
ويمكن تمثيلها على مستقيم الاعداد



مثال(4) اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الاعداد هو :



جد نقطة تبعد المسافة نفسها عن 11 و 3 وهذه النقطة هي منتصف المسافة بين العددين أي العدد 7 لذا المعادلة المطلوبة $|x-7|=4$ لانه المسافة بين 7 والنقطة 11 أو 7 و النقطة 3 هي 4

مثال(5) حل المعادلات الآتية:

i) $|x+9| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x+9=5 \Rightarrow y=-4 \\ x+9=-5 \Rightarrow y=-14 \end{cases}$ أو

∴ مجموعة الحل: $s = \{-4, -14\}$

ii) $|2n-7| = 6 \Rightarrow \begin{cases} 2n-7=6 \Rightarrow 2n=13 \Rightarrow n=\frac{13}{2} \\ 2n-7=-6 \Rightarrow 2n=1 \Rightarrow n=\frac{1}{2} \end{cases}$

∴ مجموعة الحل: $s = \{\frac{13}{2}, \frac{1}{2}\}$

iii) $|x-5| = -3$ غير ممكن!!!

يعني أذا القيمة المطلقة = سالب عدد هذا غير ممكن لأنه يمثل المسافة المطلق لهذا مجموعة ∅

تأكد من فهمك:

حل المعادلات التالية باستعمال خواص الأعداد الحقيقة :

1) $8-12 = 4y+12 \Rightarrow 8y-4y = 12+12 \Rightarrow 4y = 24$

$\Rightarrow y = \frac{24}{4} = 6$ ∴ مجموعة الحل: $s = \{6\}$

2) $|-15| + z = 3z + 15 \Rightarrow 15 + z = 3z + 15 \Rightarrow z - 3z = 15 - 15$

$\Rightarrow -2z = 0 \Rightarrow z = 0$ ∴ مجموعة الحل: $s = \{0\}$

3)

$3(y+5^2) = y+70 \Rightarrow 3(y+25) = y+70 \Rightarrow 3y+75 = y+70$

$\Rightarrow 3y - y = 70 - 75 \Rightarrow 2y = -5 \Rightarrow y = \frac{-5}{2}$

∴مجموعة الحل: $\left\{\frac{-5}{2}\right\}$

4) $3\sqrt{2} - x = x - 5\sqrt{2} \Rightarrow -x - x = -5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \Rightarrow -2x = -8\sqrt{2}$

$\Rightarrow x = \frac{-8\sqrt{2}}{-2} = 4\sqrt{2}$ ∴ مجموعة الحل: $\left\{4\sqrt{2}\right\}$

5) $\sqrt{5}(n+3) = 4\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{5}n + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{5}n = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$\Rightarrow \sqrt{5}n = \sqrt{5} \Rightarrow n = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1$ ∴ مجموعة الحل: $\left\{1\right\}$

6) $\sqrt{25}y = 3(y-15) + 2 \Rightarrow 5y = 3y - 45 + 2 \Rightarrow 5y - 3y = -45 + 2$

$\Rightarrow 2y = -43 \Rightarrow y = \frac{-43}{2}$ ∴ مجموعة الحل: $\left\{\frac{-43}{2}\right\}$

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص وتأكد من صحة الحل :

7 $2(x+20) = 5(x-10) \Rightarrow 2x+40 = 5x-50$

$2x-5x = -50-40 \Rightarrow -3x = -90 \Rightarrow x = \frac{-90}{-3} = 30$

التحقق نعوض في جهة اليمين و اليسار:

L.s $2(30+20) = 5(30-10)$ R.s

$2(50) = 5(20)$

$100 = 100$

∴ مجموعة الحل: $\{30\}$

8 $\sqrt[3]{64}y \div |-6| = 8\sqrt{2} \Rightarrow 4y \div 6 = 8\sqrt{2} \Rightarrow \frac{4y}{6} = 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow 4y = 6(8\sqrt{2}) \Rightarrow y = \frac{48\sqrt{2}}{4} \Rightarrow y = 12\sqrt{2}$

∴ مجموعة الحل: $\{12\sqrt{2}\}$

و التحقق نعوض بالمعادلة:

$4(12\sqrt{2}) \div 6 = 8\sqrt{2}$

$48\sqrt{2} \div 6 = 8\sqrt{2}$ ✓

9 $\frac{1}{5}(t-\sqrt{25})+3 = 2(4-t) \Rightarrow \frac{1}{5}t - \frac{1}{5}(5)+3 = 8-2t$

$\Rightarrow \frac{1}{5}t + 2t = 8+1-3 \Rightarrow \frac{1}{5}t + \frac{10}{5}t = 6 \Rightarrow \frac{11}{5}t = 6$

$\Rightarrow t = \frac{5\times 6}{11} = \frac{30}{11}$

∴ مجموعة الحل: $\{\frac{30}{11}\}$

و التحقق: $\frac{1}{5}(\frac{30}{11} - \sqrt{25})+3 = \frac{6}{11} - 1 - 3 = \frac{6}{11} + 2 = \frac{28}{11}$ R.s

10 $\frac{2v}{1+\sqrt[3]{27}} = \frac{3v}{8} \Rightarrow \frac{2v}{1+3} = \frac{3v}{8} \Rightarrow \frac{2v}{4} = \frac{3v}{8} \Rightarrow 8(2v) = 4(3v)$

$\Rightarrow 16v - 12v = 0 \Rightarrow v = 0$

∴ مجموعة الحل: $\{0\}$

حل المعادلات الآتية:

11 $|x-22| = 8 \Rightarrow \begin{cases} x-22 = 8 \Rightarrow x = 30 \\ x-22 = -8 \Rightarrow x = 14 \end{cases} \Rightarrow$

∴ مجموعة الحل: $\{\frac{-23}{4}, \frac{-37}{4}\}$

12 $|4y+30| = \sqrt{49} \Rightarrow \begin{cases} 4y+30 = 7 \Rightarrow 4y = -23 \Rightarrow y = \frac{-23}{4} \\ 4y+30 = -7 \Rightarrow 4y = -37 \Rightarrow y = \frac{-37}{4} \end{cases}$

∴ مجموعة الحل: $\left\{\frac{-23}{4}, \frac{-37}{4}\right\}$

13 $\left|\frac{1}{5}m+9\right| = \sqrt[3]{-27} \Rightarrow \left|\frac{1}{5}m+9\right| = -3$ لايمكن

مجوعة الحل $\emptyset$.

14 $|3z-9| = 2^3 \Rightarrow |3z-9| = 8$

$\Rightarrow \begin{cases} 3z-9 = 8 \Rightarrow 3z = 17 \Rightarrow z = \frac{17}{3} \\ 3z-9 = -8 \Rightarrow 3z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{3} \end{cases}$ ∴ مجموعة الحل: $\left\{\frac{17}{3}, \frac{1}{3}\right\}$

تدرب و حل التمرينات:

حل المعادلا ت التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

15 $4x+8 = 12-2x \Rightarrow 4x+2x = 12-8 \Rightarrow 6x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

∴ مجموعة الحل: $\left\{\frac{2}{3}\right\}$

16 $|-11| - n = 31+3n \Rightarrow 11-n = 31+3n \Rightarrow -n-3n = 31-11$

$\Rightarrow -4n = 20 \Rightarrow n = \frac{20}{-4} = -5$ ∴ مجموعة الحل: $\{-5\}$

17 $7(t+1^2) = \frac{1}{2}t-2 \Rightarrow 7t+7 = \frac{1}{2}t-2 \Rightarrow 7t-\frac{1}{2}t = -2-7$

$\Rightarrow \frac{13}{2}t = -9 \Rightarrow 13t = -18 \Rightarrow t = \frac{-18}{13}$ ∴ مجموعة الحل: $\{-\frac{18}{13}\}$

18 $2\sqrt{3} - y = y - 6\sqrt{3} \Rightarrow -y-y = -6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow -2y = -8\sqrt{3}$

$\Rightarrow y = \frac{-8\sqrt{3}}{-2} = 4\sqrt{3}$ ∴ مجموعة الحل: $\{4\sqrt{3}\}$

19 $\sqrt{7}(v+8) = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{7}v + 8\sqrt{7} = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{7}v = 2\sqrt{7} - 8\sqrt{7}$

$\Rightarrow \sqrt{7}v = -6\sqrt{7} \Rightarrow v = \dfrac{-6\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = -6$ ∴ مجموعة الحل: $\{-6\}$

20 $\sqrt{49}z = 5(z-10)+3 \Rightarrow 7z = 5z - 50 + 3 \Rightarrow 7z - 5z = -47$

$\Rightarrow 2z = -47 \Rightarrow z = \dfrac{-47}{2}$ ∴ مجموعة الحل: $\{\dfrac{-47}{2}\}$

حل المعادلا ت التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية وتحقق من صحة الحل:

21 $4(y-15) = 3(y+15) \Rightarrow 4y - 60 = 3y + 45$
$\Rightarrow 4y - 3y = 45 + 60 \Rightarrow y = 105$

التحقق نعوض $y = 105$ في المعادلة الأصلية:

L.s $4(105-15) = 3(105+105)$ R.s

$4(90) = 3(120) \Rightarrow 360 = 360 \quad \therefore L.s = R.s$

22 $\sqrt[3]{27}z \div |-9| = 3\sqrt{3} \Rightarrow 3z \div 9 = 3\sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{3z}{9} = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow \dfrac{z}{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow z = 9\sqrt{3}$ ∴ مجموعة الحل: $\{9\sqrt{3}\}$

L.s $\sqrt[3]{27}(9\sqrt{3}) \div |-9| = 3(9\sqrt{3}) \div 9 = 3\sqrt{3}$ R.s

23 $\dfrac{1}{2}(x-5) + \dfrac{5}{2} = \dfrac{1}{4}(x-4) \Rightarrow \dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{2} + \dfrac{5}{2} = \dfrac{1}{4}x - 1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}x = \dfrac{1}{4}x - 1 \Rightarrow \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{4}x = -1 \Rightarrow \dfrac{1}{4}x - 1 \Rightarrow x = -4$

∴ مجموعة الحل: $\{-4\}$ والتحقق بنفس الطريقة

24 $\dfrac{5m}{1+\sqrt[3]{-8}} = \dfrac{2m}{2} \Rightarrow \dfrac{5m}{1-2} = \dfrac{2m}{2} \Rightarrow \dfrac{5m}{-1} = m \Rightarrow -5m = m = 0$

∴ مجموعة الحل: $\{0\}$

25 $|y-13| = 9 \Rightarrow \begin{cases} y - 13 = 9 \Rightarrow y = 22 \\ y - 13 = -9 \Rightarrow y = 4 \end{cases} \Rightarrow \{4, 22\}$ ∴ مجموعة الحل

26 $|4x-10| = \sqrt{64} \Rightarrow$

$\begin{cases} 4x - 10 = 8 \Rightarrow 4x = 18 \Rightarrow x = \dfrac{18}{4} = \dfrac{9}{2} \\ 4x - 10 = -8 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \left\{\dfrac{9}{2}, \dfrac{1}{2}\right\}$ ∴مجموعة الحل:

27 $\left|\frac{1}{2}m+9\right| = \sqrt[3]{-125} \rightarrow \left|\frac{1}{2}m+9\right| = -5$ لا يمكن

يعني أن المسافة بين 9- و $\frac{1}{2}m$ تساوي 5- وهذا غير ممكن المسافة موجب.

لذلك مجموعة الحل=Ø

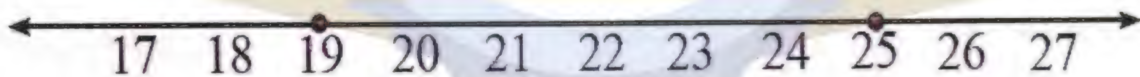
28 $|6y-12| = |-16| \rightarrow |6y-12| = 16 \rightarrow$

$$\begin{cases} 6y-12=16 \rightarrow 6y=28 \rightarrow y=\frac{14}{3} \\ 6y-12=-16 \rightarrow 6y=-4 \rightarrow y=\frac{-2}{3} \end{cases} \rightarrow \left\{\frac{14}{3}, \frac{-2}{3}\right\}$$

∴ مجموعة الحل: $\left\{\frac{14}{3}, \frac{-2}{3}\right\}$

أكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الأعداد هو:

29 $\frac{19+25}{2} = 22$ تمثل نقطة منتصف المسافة المعادلة $|x-22| = 3$



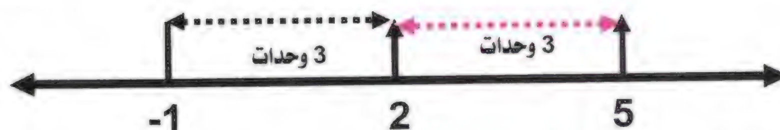
30 $\frac{1+11}{2} = 6$ تمثل منتصف المسافة بين 1,11 المعادلة $|x-6| = 5$



تدرب و حل مسائل حياتية:

31 **طقس**: معدل درجة الحرارة في شمال العراق في شهر شباط 2 درجة سيلزية، تزيد أو تنقص بمقدار 3 درجة سيلزية أكتب معادلة تمثل درجة الحرارة الصغرى و العظمى لشهر شباط؟

المعادلة $|x-2| = 3$



يعني درجة الحرارة العظمى 5 درجة سيلزية و الصغرى 1- سيلزية.

32 مترو الأنفاق: معدل سرعة قطار مترو الأنفاق $60 \frac{km}{h}$ و تقل سرعته عند المنعطفات بمقدار $20 \frac{km}{h}$ وتزداد عندما يكون الطريق مستقيما بمقدار $20 \frac{km}{h}$ أكتب معادلة لأيجاد أكبر سرعة و أقل سرعة للقطار؟

المعادلة $|x - 60| = 20$



يعني السرعة القصوى $80 \frac{km}{h}$ و الصغرى $40 \frac{km}{h}$.

33 شراء: يريد وليد شراء جهاز حاسوب بثمن 650000 دينار لديه في الوقت الحاضر 200000 الف دينار و يوفر كل أسبوع 50000 دينار, بعد كم اسبوع سيجمع وليد مبلغ جهاز الحاسوب؟

أفرض عدد أسابيع التوفير X فان $X50000 + 20000 = 650000$

$$50000X = 650000 - 200000 \rightarrow [X50000 = 450000] \div 10000$$

بالقسمة على 10000

$$5X = 45 \rightarrow X = \frac{45}{5} = 9$$

∴ عدد الأسابيع 9 اسبوعا.

فكر

تحد: حل المعادلات الآتية

34 $$\frac{\sqrt{3}X}{4 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{2\sqrt{3}X}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3}X}{4 - 3} = \frac{2\sqrt{3}X}{5} \rightarrow \frac{\sqrt{3}X}{1} = \frac{2\sqrt{3}X}{5}$$

$$\rightarrow 5\sqrt{3}X - 2\sqrt{3}X = 0 \rightarrow X = 0$$

35 $$|4y - 9| = |26 - 5\sqrt{64}| \rightarrow |4y - 9| = |26 - (5 \times 8)| \rightarrow |4y - 9| = |-14|$$

$\rightarrow |4y - 9| = +14$ وتحل كما سبق

36 صحح الخطأ: حلت هبة المعادلة الآتية $\frac{1}{3}(z - 3) = \frac{1}{6}(z - 6)$ و كتبت الناتج $z = 6$ حدد خطأ هبة و صححه.

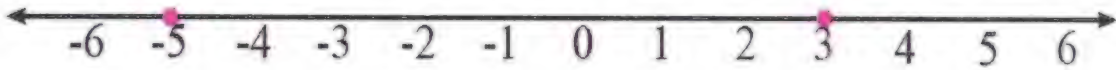
$$\frac{1}{6}z - 1 = \frac{1}{3}z - 1 \rightarrow \frac{1}{6}z - \frac{1}{3}z = -1 + 1$$

$$\rightarrow \frac{1 - 2}{6}z = 0 \rightarrow z = 0$$

∴ حل هبة خطأ. الحل الصحيح هو z=0

37 حس عددي: أكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الأعداد هو:

$|x-(-1)| = 4 \Rightarrow |x+1| = 4$ المعادلة $\frac{-5-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$



أكتب مسألة حياتية تمثل معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها هو:

معدل درجة الحرارة في مدينة زاخو في شهر شباط هو **(0)** درجة سيلزية و تتغير درجة الحرارة بين العظمى و الصغرى بمقدار **3** درجة سيلزية أكتب معادلة تمثل معدل تغير درجة الحرارة من الصغرى الى العظمى لشهر شباط؟

$|x-0| = 3 \Rightarrow |x| = 3$



الدرس الثالث /

حل المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R

فكرة الدرس:

* حل المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في **R**.
*المفردات: معادلة من الدرجة الثانية، وخاصية الضرب الصفري.
واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

يقع برج بغداد في منطقة اليرموك غرب بغداد و بني سنة **1991** و يبلغ ارتفاعه **502m** و كساحة قاعدته المربعة الشكل **$36m^2$** جد طول ضلع قاعدة البرج؟

* حل المعادلات بأستعمال الجذر التربيعي:

المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد هي المعادلة التي يكون فيها قوة (أس) المتغير هي القوة الثانية او تسمى (من الدرجة الثانية) مثلاً: $x^2 = 25$ أو $3x^2 - 5x = 0$

و حلها يعني أيجاد قيمة للمتغير **x** (يعني معادلات من الدرجة الاولى نجد قيمة واحدة للمتغير أما من الدرجة الثانية فيوجد قيمتان للمتغير).

و الآن حل المثال:

مثال(1) مساحة قاعدة البرج هي 36 متر مربع، جد طول ضلع القاعدة. لنفرض طول ضلع القاعدة للمربع هو x ⇐

$x^2 = 36$

حسب تعريف الجذر التربيعي $x = \sqrt{36}$ أو $x = -\sqrt{36}$

أي **6,-6** هما جذرا العدد **36**

$x = 6$ أو $x = -6$

و بما ان طول ضلع قاعدة البرج هو **6m** لذلك القيمة **-6** تهمل لأن الطول لايمكن ان يكون سالبا

((ملاحظة: هناك إجابات غير منطقية لقيم **x** في هذه الحالة تهمل)).

مثال(2) حل المعادلات بأستعمال الجذر التربيعي:

i) $y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32}$ او $y = -\sqrt{32} \Rightarrow y = 4\sqrt{2}$ او $y = -4\sqrt{2}$

ii) $16z^2 = 4 \Rightarrow z^2 = \frac{4}{16} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$ أو $z = \frac{-1}{2}$

iii) $8x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{8}}$ أو $x = \frac{1}{-\sqrt{8}} \Rightarrow x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو $x = \frac{1}{-2\sqrt{2}}$

iv) $t^2 - 1 = 11 \Rightarrow t^2 = 12 \Rightarrow t = \sqrt{12}$ أو $t = -\sqrt{12} \Rightarrow t = 2\sqrt{3}$ أو $t = -2\sqrt{3}$

* **حل المعادلات بأستعمال خاصية الضرب الصفري:**

خاصية الضرب الصفري :اذا كان نتيجة ضرب عددين يساوي صفرا فانه يجب ان يكون احد العددين يساوي صفرا مثلا $0 = 5 \times 0$ or $0 = 8 \times 0$ وبشكل عام اذا كان $ab=0$ يودي الى $a=0$ او $b=0$.

مثال(3) رياضة: يمثل القانون $L=-5t^2 + 30t$ ارتفاع سهم بالامتار الذي اطلقه مختار في الهواء اذا تمثل t الزمن بالثواني احسب الزمن اللازم لكي يعود السهم من الارتفاع الذي انطلقة منه .

يكون السهم عند الارتفاع الذي انطلقة منه عندما يكون $L=0$

لذلك $-5t^2 + 30t$

نحلل باخراج عامل مشترك $5t(-t+6) = 0$

خاصية الضرب الصفري $\Rightarrow 5t = 0 \Rightarrow t = 0$ أو $-t + 6 \Rightarrow t = 6$

$t=0$ هو زمن انطلاق السهم بالثواني .

$t=6$ هو الزمن الذي استغرقه السهم للعودة الى الارتفاع الذي انطلق منه بالثواني.

مثال(2) حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري :

i) $(x-3)(x+5) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$ أو $x + 5 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x = -5$

ii) $(t+8)(t+8) = 0 \Rightarrow t + 8 = 0$ أو $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$

iii) $(y-12)(y-9) = 0 \Rightarrow y - 12 = 0$ أو $y - 9 = 0 \Rightarrow y = 12$ أو $y = 9$

iv) $(2z-7)(z+3) = 0 \Rightarrow 2z - 7 = 0$ أو $z = -3 \Rightarrow z = \frac{7}{2}$ أو $z = -3$

v) $(n+\sqrt{3})(n-\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow n + \sqrt{3} = 0$ أو $n - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow n = -\sqrt{3}$ أو $n = \sqrt{2}$

vi) $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x = 1$

vii) $4y^2 - 16y = 0 \Rightarrow 4y(y-4) = 0 \Rightarrow 4y = 0$ أو $y - 4 = 0 \Rightarrow y = 0$ أو $y = 4$

viii) $5z - 5z^2 = 0 \Rightarrow 5z(1-z) = 0 \Rightarrow 5z = 0$ أو $1 - z = 0 \Rightarrow z = 0$ أو $z = 1$

ix) $\sqrt{12}h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2h(\sqrt{3}h + 1) \Rightarrow 0$

$\Rightarrow 2h = 0$ أو $\sqrt{3}h + 1 = 0$

$\Rightarrow h = 0$ أو $h = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

تأكد من فهمك:

* **حل المعادلات بأستعمالك الجذر التربيعي:**

1. $x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25}$ او $x = -\sqrt{25} \Rightarrow x = 5$ او $x = -5$
2. $4y^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4}(4y^2) \Rightarrow \frac{1}{4}(1) \Rightarrow y^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ أو $y = \frac{-1}{2}$
3. $12z^2 = 4 \Rightarrow z^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{1}{\sqrt{3}}$ أو $z = \frac{-1}{\sqrt{3}}$
4. $n^2 - 3 = 13 \Rightarrow n^2 = 16 \Rightarrow n = 4$ أو $n = -4$
5. $7 + m^2 = 43 \Rightarrow m^2 = 36 \Rightarrow m = 6$ أو $m = -6$
6. $\frac{1}{2}x^2 = 9 \Rightarrow 2(\frac{1}{2}x^2) = \frac{1}{2}(9) \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$ أو $x = \frac{-3}{\sqrt{2}}$

* **حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:**

7. $(y-4)(y+7) = 0 \Rightarrow y - 4 = 0$ أو $y + 7 = 0 \Rightarrow x = 4$ أو $x = -7$
8. $(x+10)(x+10) = 0 \Rightarrow x + 10 = 0$ أو $x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10$
9. $(13-m)(6-m) = 0 \Rightarrow 13 - m = 0$ أو $6 - m = 0 \Rightarrow m = 13$ أو $m = 6$
10. $(h-15)(h-8) = 0 \Rightarrow h - 15 = 0$ أو $h - 8 = 0$
    $\Rightarrow h = 15$ أو $h = 8$
11. $(n+\sqrt{3})(n-\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow n + \sqrt{3} = 0$ أو $n - \sqrt{2} = 0$
    $\Rightarrow n = -\sqrt{3}$ أو $n = \sqrt{2}$
12. $(v+\sqrt{5})(v-\sqrt{7}) = 0 \Rightarrow (v+\sqrt{5}) = 0$ أو $(v-\sqrt{7}) = 0$
    $\Rightarrow v = -\sqrt{5}$ أو $v = \sqrt{7}$
13. $y^2 - y = 0 \Rightarrow y(y-1) = 0 \Rightarrow y = 0$ أو $y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1$ أو $y = 0$
14. $5z^2 + 25z = 0 \Rightarrow 5z(z+5) = 0 \Rightarrow 5z = 0$ أو $z + 5 = 0$
    $\Rightarrow z = 0$ أو $z = -5$
15. $3t - t^2 = 0 \Rightarrow t(1-t) = 0 \Rightarrow t = 0$ أو $3 - t = 0$
    $\Rightarrow t = 0$ أو $t = 3$
16. $\sqrt{18}x^2 + 3x = 0 \Rightarrow 3\sqrt{2}x^2 + 3x = 0 \Rightarrow 3x(\sqrt{2}x + 1) = 0$
    $\Rightarrow 3x = 0$ أو $\sqrt{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

تدرب و حل التمرينات:

حل المعادلات التالية بأستعمالك الجذر التربيعي:

(يعني أخذ الجذر التربيعي للعدد مباشرة أذا كانت مساواة أو نضرب بالنضير الضربي لمعامل المتغير x^2 أو أي مربع آخر y^2, n^2, h^2 أي جعل معامله 1).

17 $x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25}$ أو $x = -\sqrt{25} \Rightarrow x = 5$ أو $x = -5$

18 $7z^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{7}(7z^2) = \frac{1}{7}(1) \Rightarrow z^2 = \frac{1}{7} \Rightarrow z = \sqrt{\frac{1}{7}}$ أو $z = -\sqrt{\frac{1}{7}}$

19 $15x^2 = 3 \Rightarrow \frac{1}{15}(15x^2) = \frac{1}{15}(3) \Rightarrow x^2 = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

20 $t^2 - 4 = 12 \Rightarrow t^2 = 12 + 4 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = \sqrt{16}$ أو $t = -\sqrt{16}$

$\Rightarrow t = 4$ أو $t = -4$

21 $7 + n^2 = 56 \Rightarrow 7 - 7 + n^2 = 56 - 7 \Rightarrow n^2 = 49$

$\Rightarrow n = \sqrt{49}$ أو $n = -\sqrt{49} \Rightarrow n = 7$ أو $n = -7$

22 $\frac{1}{3}x^2 = 12 \Rightarrow 3\left(\frac{1}{3}x^2\right) = 3(12) \Rightarrow x^2 = 36$

$\Rightarrow x = \sqrt{36}$ أو $x = -\sqrt{36} \Rightarrow x = 4$ أو $x = -4$

23 $z^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow z = \sqrt{\frac{4}{9}}$ أو $z = -\sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow z = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$ أو $z = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}$

$\Rightarrow z = \frac{2}{3}$ أو $z = -\frac{2}{3}$

24 $v^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow v^2 = 1 \Rightarrow v = 1$ أو $v = -1$

25 $m^2 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow m^2 = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \Rightarrow m^2 = \frac{5}{5} \Rightarrow m^2 = 1$

$\Rightarrow m = 1$ أو $m = -1$

26 $(x - 5)(x + 6) = 0 \Rightarrow (x - 5) = 0$ أو $(x + 6) = 0$

$\Rightarrow x = 5$ أو $x = -6$

27 $(y - 12)(y - 12) = 0 \Rightarrow (y - 12) = 0$ أو $(y - 12) = 0 \Rightarrow y = 12$

28 $(15-n)(7-n)=0 \Rightarrow (15-n)=0$ أو $(7-n)=0$
$\Rightarrow n=15$ أو $n=7$

29 $(z+9)(z+6)=0 \Rightarrow (z+9)=0$ أو $(z+6)=0$
$\Rightarrow z=-9$ أو $z=-6$

30 $(5t-13)(t+8)=0 \Rightarrow (5t-13)=0$ أو $(t+8)=0$

$\Rightarrow t=\frac{13}{5}$ أو $t=-8$

31 $(x+\sqrt{11})(x-\sqrt{3})=0 \Rightarrow (x+\sqrt{11})=0$ أو $(x-\sqrt{3})=0$

$\Rightarrow x=-\sqrt{11}$ أو $x=\sqrt{3}$

32 $(\sqrt{3}-v)(\sqrt{3}+v)=0 \Rightarrow \sqrt{3}-v=0$ أو $\sqrt{3}+v=0$

$\Rightarrow v=\sqrt{3}$ أو $v=-\sqrt{3}$

33 $(2y+5)(3y-7)=0 \Rightarrow 2y+5=0$ أو $3y-7=0$

$\Rightarrow y=\frac{-5}{2}$ أو $y=\frac{7}{3}$

34 $z^2-z=0 \Rightarrow z(z-1)=0 \Rightarrow z=0$ أو $z-1=0$
$\Rightarrow z=0$ أو $z=1$

35 $7x^2-35x=0 \Rightarrow 7x(x-5)=0 \Rightarrow 7x=0$ أو $x-5=0$
$\Rightarrow x=0$ أو $x=5$

36 $12n-2n^2=0 \Rightarrow 2n(6-n)=0 \Rightarrow 2n=0$ أو $6-n=0$
$\Rightarrow n=0$ أو $n=6$

37 $\sqrt{12}y^2-2y=0 \Rightarrow 2\sqrt{3}y^2-2y=0 \Rightarrow 2y(\sqrt{3}y-1)=0$

$\Rightarrow 2y=0$ أو $\sqrt{3}y-1=0 \Rightarrow y=0$ أو $y=\frac{1}{\sqrt{3}}$

38 $2\sqrt{5}v^2+2\sqrt{5}v=0 \Rightarrow 2\sqrt{5}v(v+1)=0 \Rightarrow 2\sqrt{5}v=0$ أو $v+1=0$
$\Rightarrow v=0$ أو $v=-1$

39 $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x=0 \Rightarrow \frac{1}{3}x(x-\frac{1}{2})=0 \Rightarrow \frac{1}{3}x=0$ أو $x-\frac{1}{2}=0$

$x=0$ أو $x=\frac{1}{2}$

تدرب و حل مسائل حياتية:

40 **سجاد**: غرفة مربعة الشكل طول ضلعها x متر فرشت في و سط أرضيتها سجادة مربعة الشكل مساحتها $25m^2$ فكانت مساحة المنطقة غير المغطاة بالسجادة $24m^2$ ماطول ضلع الغرفة؟

مساحة الغرفة = مساحة السجادة + مساحة المنطقة غير المغطاة

مساحة الغرفة = (طول الضلع)^2

$x^2 = 25 + 24 \Rightarrow x^2 = 49$

$\Rightarrow x = +\sqrt{49}$ أو $x = -\sqrt{49}$

$\Rightarrow x = 7$ أو $x = -7$ يهمل

$\therefore$ طول ضلع الغرفة $x = 7m$

السالب يهمل لأنه طول

41 **كرة الريشة**: ضربت دينا كرة الريشة بالمضرب نحو الأعلى بسرعة $30\,\frac{m}{sec}$ أذا كان القانون $H = -5t^2 + 25t$ يعبر عن أرتفاع كرة الريشة في الهواء بالأمتار بدلالة الزمن t بالثواني، أحسب الزمن الذي أستغرقته الريشة للعودة الى سطح الأرض؟ عندما تعود الكرة الى سطح الأرض يصبح H صفراً.

$\therefore 0 = -5t^2 + 25t \Rightarrow 5t^2 - 25t = 0 \Rightarrow 5t(t-5) = 0$

$\Rightarrow 5t = 0$ أو $t - 5 = 0 \Rightarrow t = 0$ أو $t = 5$ ثانية

$\therefore$ الزمن الآزم لعودة الريشة الى سطح الأرض هو 5 ثواني، و t=0 تهمل لأنها أستغرقت وقت.

42 رماية: يمثل القانون $H = -5t^2 + 4t + 3$ أرتفاع السهم الذي اطلقه خالد في الهواء أذا تمثل t الزمن بالثواني جد أرتفاع السهم بعد 2 ثانية من أطلاقه و ما الزمن اللأزم لكي يعود السهم الى ارتفاع 3متر؟

بعد مرور 2 ثانية أرتفع السهم

$H = -5(2)^2 + 40(2) + 3$

$\Rightarrow H = -20 + 80 + 3 = 63m$ أرتفاع السهم

الزمن اللآزم لعودة السهم الى أرتفاع 3 متر

$3 = -5t^2 + 4t + 3 \Rightarrow -5t^2 + 4t = 0$

$-5t(t-8) = 0 \Rightarrow -5t = 0$ أو $t - 8 = 0$

$\Rightarrow t = 0$ أو $t = 8$

$\therefore t = 8$ ثانية يحتاج السهم للعودة الى ارتفاع 3 متر أما t=0 يهمل لأن قطع المسافة يحتاج وقت

فكر

تحد: حل المعادلات الآتية:

43 $x^2 - \frac{2}{3} = \left|\frac{-1}{2}\right| \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{3+4}{6}$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{7}{6}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{7}{6}}$

44 $3y^2 - 48 = 0 \Rightarrow 3(y^2 - 16) = 0 \Rightarrow y^2 - 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16$

$\Rightarrow y = \sqrt{16}$ أو $y = -\sqrt{16} \Rightarrow y = 4$ أو $y = -4$

45 $(2z + 2\sqrt{5})(z - 2\sqrt{5}) = 0 \Rightarrow 2z + 2\sqrt{5} = 0$ أو $z - 2\sqrt{5} = 0$

$\Rightarrow 2(z + \sqrt{5}) = 0 \Rightarrow z = -\sqrt{5}$ بالقسمة على 2

أو $\Rightarrow z - 2\sqrt{5} = 0 \Rightarrow z = 2\sqrt{5}$

46 **صحح الخطأ**: حلت جميلة المعادلة الآتية: $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0$

وكتبت $x = \frac{4}{3}$ أو $x = -\frac{4}{3}$ حدد خطأ جميلة وصححه.

$\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}$ أو $\frac{1}{3}x = -\frac{1}{4}$

لذلك جواب جميلة خطأ. الصحيح هو $x = -\frac{3}{4}$ أو $x = \frac{3}{4}$

47 **حس عددي**: أثبت أن

$(y + 5)(y - 3) = y^2 + 2y - 15$ $(y + 5)(y - 3) = y^2 + 2y - 15$

ثم جد حل المعادلة $y^2 + 2y = 15$

$(y + 5)(y - 3) = y(y - 3) + 5(y - 3) = y^2 - 3y + 5y - 15 = y^2 + 2y - 15$

$y^2 + 2y = 15 \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow (y + 5)(y - 3) = 0$

$\Rightarrow y + 5 = 0$ أو $y - 3 = 0$ $\Rightarrow y = -5$ أو $y = 3$

لذلك مجموعة الحل $= \{-5, 3\}$

أكتب: مسألة حياتية تمثل المعادلة التالية

غرفة مستطيلة الشكل طولها يزيد على عرضها بمقدار 4 متر و مساحتها 60 متر مربع ما طول كل من بعديها؟

نفرض العرض x فالطول يساوي x+4

مساحة المستطيل = الطول x العرض $\therefore x(x + 4) = 60$

$x^2 + 4x = 60 \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 10) = 0$

أما $\Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6m$ العرض

أو $x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10$ يهمل لأنها طول سالب

$x + 4 = 6 + 4 = 10m$ الطول

تحقق: المساحة $60=6x10=$

$\therefore$ أبعاد الغرفة 6 متر ، 10 متر

الدرس الرابع /

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R

فكرة الدرس:

* حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين بأستعمال العمليات الأربعة و تمثيل الحل على مستقيم الأعداد.
*المفردات: المتباينة الجبرية، مجموعة الحل.
واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

ياسين عمره 14 سنة يتدرب على كرة القدم و يفكر في المشاركة في الفريق الوطني أكتب متباينة وحلها لتحديد بعد كم سنة يمكن لياسين الأنظمام للفريق الوطني.
فريق الناشئين (العمر من 16 الى 21) الفريق الوطني العمر (27سنة فما فوق) فريق الشباب (العمر من 22 الى 26)

ملاحظة: حل المتباينات ذات الخطوتين بأستعمال الجمع و الطرح.
تسمى المتباينة التي تحتوي على متغير أو أكثر متباينة جبرية، و كل عدد يجعل المتباينة صحيحه هو حل لها و تسمى مجموعة الحلول للمتباينة مجموعة الحل ويمكن تمثيلها على مستقيم الأعداد الحقيقية.

ومن خواص المتباينات على R:

1 خاصية الجمع: لكل $a, b, c \in R$ أذا كان $a \geq b$ فأن $a + c \geq b + c$

2 خاصية الطرح: لكل $a, b, c \in R$ أذا كان $a \geq b$ فأن $a - c \geq b - c$

العلاقات (1,2) تبقى صحيحة في حالة استبدال $\geq$ ب $(\leq, <, >)$

مثال(1) أكتب متباينة تمثل المسألة و حلها لأيجاد عدد السنوات التي ينتظرها ياسين ليتمكن من الأنظمام للفريق الوطني

$x + 14 \geq 27$

أضافة النظير الجمعي للطرفين (14-) وتبسيط $x + 14 - 14 \geq 27 - 14$

$x \geq 13$ أي ياسين يتمكن من الأنظمام للفريق الوطني بعد مرور 13 على الأقل

مثال(2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح و مثله على مستقيم الأعداد.

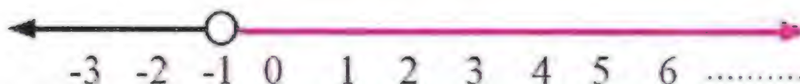
i) $3x - 12 \leq 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x \leq -6 + 12 \Rightarrow x \leq 6$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{x : x \leq 6\}$



ii) $2z - \frac{5}{7} > z - \frac{12}{7} \Rightarrow 2z - z > -\frac{12}{7} + \frac{5}{7} \Rightarrow z > -\frac{7}{7} \Rightarrow z > -1$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{x : x \leq -1\}$



مثال(3) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح

i) $3(y-\sqrt{2}) < 2y+\sqrt{2} \Rightarrow 3y-3\sqrt{2} < 2y+\sqrt{2}$
$\Rightarrow 3y-2y < 3\sqrt{2}+\sqrt{2} \Rightarrow y < 4\sqrt{2}$

(≤أصغر من أو يساوي) (>أصغر) (≥أكبر من أو يساوي) (<أكبر من)

ii) $5t+\sqrt[3]{-8} \geq 6t-\sqrt[3]{27} \Rightarrow 5t-2 \geq 6t-3$
$\Rightarrow 5t-6t \geq -3+2 \Rightarrow -t \geq -1 \Rightarrow t \leq 1$

أذا ضربنا طرفي المتباينة في 1- يتغير الترتيب.

iii) $8\left(\frac{1}{8}h+\frac{3}{16}\right) < 0 \Rightarrow 8\left(\frac{1}{8}h\right)+8\left(\frac{3}{16}\right) < 0 \Rightarrow h+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow h < -\frac{3}{2}$

iv) $11(m+3) > 10(m-2) \Rightarrow 11m+33 > 10m-20$
$\Rightarrow 11m-10m > -20-33 \Rightarrow m > -53$

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين بأستعمال الضرب و القسمة.

يمكن حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين بأستعمال الضرب و القسمة على الأعداد الحقيقية.

3 خاصية الضرب: 1) لكل $a,b,c \in R$ أذا كان $a \geq b$ و أن $c > 0$ فأن $ac \geq bc$
2) لكل $a,b,c \in R$ أذا كان $a \geq b$ و أن $c < 0$ فأن $ac \leq bc$

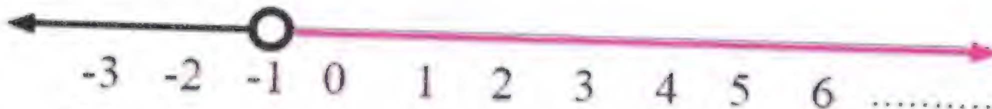
4 خاصية القسمة: 1) لكل $a,b,c \in R$ أذا كان $a \geq b$ و أن $c > 0$ فأن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$
2) لكل $a,b,c \in R$ أذا كان $a \geq b$ و أن $c < 0$ فأن $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

مثال(4) طيور لدى أنور 18 طائرا و لدى أثير 98 طيرا يريد أنور أن يضاعف عدد الطيور ليكون عددها أكثر من عدد الطيور عند أثير بمقدار 10 طيور في الأقل ، كم مرة يجب أن يضاعف أنور عدد الطيور التي لديه؟

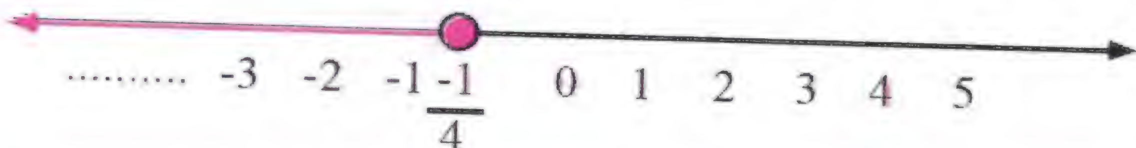
نفرض عدد المرات x التي يضاعفها و المتباينة التي تمثل المسألة:
$18x-10 \geq 98$
نقسم الطرفين على 18
$18x-10+10 \geq 98+10 \Rightarrow 18x \geq 180$
$\Rightarrow x \geq 6$
لذلك يجب أن يضاعف أنور عدد طيوره 6 مرات على الأقل

مثال(5) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة و مثله على مستقيم الأعداد.

i) $\frac{6y}{-2} < 3 \Rightarrow \left(\frac{6y}{-2}\right)\frac{-2}{6} < (3)\frac{-2}{6} \Rightarrow y < -1$



ii) $2x-2 \leq \frac{-2}{5} \Rightarrow 2x-2+2 \leq \frac{-2}{5}+2 \Rightarrow 2x \leq \frac{-1}{2} \Rightarrow x \leq \frac{-1}{4}$



ملاحظة: أذا الرمز ≥ أو ≤ نعين نقطة مضللة على خط الأعداد. و أذا < أو > نضع دائرة.

حل المتباينات في **R** بأستعمال خواص المتباينات على **R**

iii) $6z > 3(z-6) \Rightarrow$

بالقسمة على 3

$6z > 3z - 18 \Rightarrow 6z - 3z > -18 \Rightarrow 3z > -18$

$\Rightarrow z > \frac{-18}{3} \Rightarrow z > -6$

نضرب في النظير الجمعي

iv) $\frac{m}{8} < \frac{1}{3} - 2 \Rightarrow \frac{m}{8} < \frac{-5}{3} \Rightarrow 8\left(\frac{m}{8}\right) < 8\left(\frac{-5}{3}\right)$

$\Rightarrow m < \frac{-40}{3}$

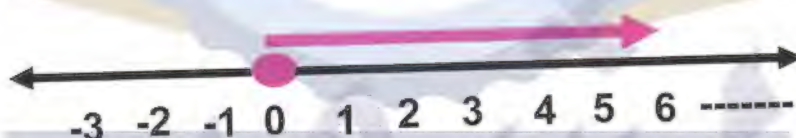
v) $\frac{5}{-9} \le \frac{k}{3} \Rightarrow \left(\frac{5}{-9}\right)(-9) \le \left(\frac{k}{3}\right)(-9) \Rightarrow 5 \le -3k \Rightarrow -5 \le 3k \Rightarrow -3k \ge 5$

$\Rightarrow \frac{3}{3}k \ge \frac{-5}{3} \Rightarrow k \ge \frac{-5}{3}$

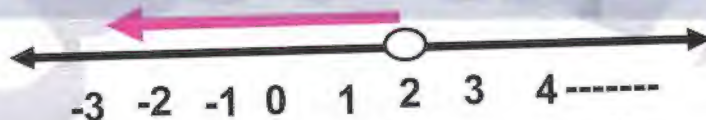
تأكد من فهمك:

حل المتباينات التالية في R بأستعمال الخواص و مثله على مستقيم الأعداد.

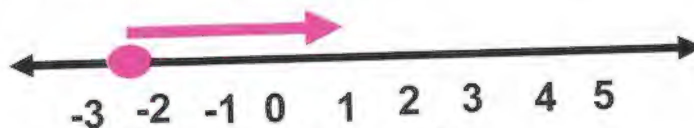
1 $2y - 8 \le 3y - 8 \Rightarrow 2y - 3y \le -8 + 8 \Rightarrow -y \le 0 \Rightarrow y \ge 0$



2 $2x - 6 < x - \sqrt{16} \Rightarrow 2x - 6 < x - 4 \Rightarrow 2x - x < -4 + 6 \Rightarrow x < 2$



3 $4t + \frac{2}{3} \ge 3t - \frac{5}{3} \Rightarrow 4t - 3t \ge -\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow t \ge \frac{-7}{3} \Rightarrow\Rightarrow t \ge -2\frac{1}{3}$



4 $\frac{3}{4} > z - \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{9}{10} > z \Rightarrow \frac{15+18}{20} > z$

$\Rightarrow z < \frac{33}{20} \Rightarrow z < 1\frac{13}{20}$



حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

5 $7(x-\sqrt{3}) < 6x+\sqrt{3} \Rightarrow 7x-7\sqrt{3} < 6x+\sqrt{3}$
$\Rightarrow 7x-6x < 7\sqrt{3}+\sqrt{3} \Rightarrow x < 8\sqrt{3}$

6 $2y+\sqrt[3]{-27} \ge 3y-\sqrt[3]{8} \Rightarrow 2y-3 \ge 3y-2 \Rightarrow 2y-3y \ge 3-2$
$\Rightarrow -y \ge 1 \Rightarrow y \le -1$

7 $5\left(\frac{1}{5}m+\frac{3}{10}\right) < 0 \Rightarrow 5(\frac{1}{5}m)+5(\frac{3}{10}) < 0 \Rightarrow m+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow m < -\frac{3}{2}$

8 $9(z-4) > 10(z+3) \Rightarrow 9z-36 > 10z+30 \Rightarrow 9z-10z > 36+30$
$\Rightarrow -z > 66 \Rightarrow z < -66$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة:

9 $\frac{3t}{4} \ge \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{3t}{4}.\frac{4}{3} \ge \frac{5}{7}.\frac{4}{3} \Rightarrow t \ge \frac{20}{21}$

10 $\frac{-5x}{7} < \frac{7}{21} \Rightarrow \frac{-5x}{7}.\frac{7}{5} < \frac{7}{21}.\frac{7}{5} \Rightarrow -x < \frac{7}{15} \Rightarrow x > -\frac{7}{15}$

11 $\frac{y}{7} < \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{y}{7}.\frac{7}{1} < \frac{5}{14}.\frac{7}{1} \Rightarrow y < \frac{5}{2}$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

12 $5(v+\sqrt{7}) \ge 2v-\sqrt{7} \Rightarrow 5v+5\sqrt{7} \ge 2v-\sqrt{7}$
$\Rightarrow 5v-2v \ge -\sqrt{7}-5\sqrt{7} \Rightarrow 3v \ge -6\sqrt{7} \Rightarrow v \ge -2\sqrt{7}$

13 $2z+\sqrt[3]{-125} < 6z-\sqrt[3]{27} \Rightarrow 2z-5 < 6z-3$
$\Rightarrow 2z-6z < 5-3 \Rightarrow -4z < 2 \Rightarrow z > \frac{-1}{2}$

14 $9\left(\frac{1}{3}x+\frac{7}{9}\right) > 0 \Rightarrow 3x+7 > 0 \Rightarrow 3x > -7 \Rightarrow x > \frac{-7}{3}$

15 $\frac{5}{6}(t-6) > 11(t+2) \Rightarrow \frac{5}{6}t-5 > 11t+22 \Rightarrow \frac{5}{6}t-11t > 5+22$
$\Rightarrow \frac{-61}{6}t > 27 \Rightarrow t < \frac{-27\times 6}{61} \Rightarrow t < \frac{-162}{61}$

16 $\frac{-h}{13} < \frac{1}{26}-1 \Rightarrow \frac{-h}{13} < \frac{-25}{26} \Rightarrow -h < \frac{-25\times 13}{26}$
$\Rightarrow -h < \frac{-25}{2} \Rightarrow h > \frac{25}{2}$

17 $\frac{2x}{3}+4 \le \frac{8}{3}-5 \Rightarrow \frac{2x}{3} \le \frac{8}{3}-5-4 \Rightarrow \frac{2x}{3} \le \frac{-19}{3}$
$\Rightarrow 2x \le -19 \Rightarrow x \le \frac{-19}{2}$

تدرب و حل التمرينات:

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

18 $9(z-\sqrt{5}) < 8z-\sqrt{5} \Rightarrow 9z-9\sqrt{5} < 8z-\sqrt{5}$

$\Rightarrow 9z-8z < 9\sqrt{5}-\sqrt{5} \Rightarrow z < 8\sqrt{5}$

19 $4v-\sqrt[3]{64} \geq 5v+\sqrt[3]{-8} \Rightarrow 4v-4 \geq 5v-2$

$\Rightarrow 4v-5v \geq 4-2 \Rightarrow -v \geq 2 \Rightarrow v \leq -2$

20 $7\left(\frac{1}{7}m+\frac{5}{14}\right) < 0 \Rightarrow 7.\frac{1}{7}m+7.\frac{5}{14} < 0$

$\Rightarrow m+\frac{5}{2} < 0 \Rightarrow m < -\frac{5}{2}$

21 $12(x-2) > 13(x-1) \Rightarrow 12x-24 > 13x-13$

$\Rightarrow 12x-13x > -13+24 \Rightarrow -x > -11 \Rightarrow x < -11$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة:

22 $\frac{2p}{3} \geq \frac{-6}{21} \Rightarrow \left(\frac{2p}{3}\right).\frac{3}{2} \geq \left(\frac{-6}{21}\right).\frac{3}{2} \Rightarrow p \geq \frac{-3}{7}$

23 $\frac{-4x}{9} < \frac{-8}{27} \Rightarrow \left(\frac{-4x}{9}\right).\frac{9}{4} < \left(\frac{-8}{27}\right).\frac{9}{4} \Rightarrow -x < \frac{-2}{3} \Rightarrow x > \frac{2}{3}$

24 $\frac{2m}{5} \leq \frac{2}{15} \Rightarrow \left(\frac{2m}{5}\right).\frac{5}{2} \leq \left(\frac{2}{15}\right).\frac{5}{2} \Rightarrow m \leq \frac{1}{3}$

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

25 $6(x-\sqrt{3}) \geq 4x-\sqrt{3} \Rightarrow 6x-6\sqrt{3} \geq 4x-\sqrt{3}$

$\Rightarrow 6x-4x \geq 6\sqrt{3}-\sqrt{3} \Rightarrow 2x \geq 5\sqrt{3} \Rightarrow x \geq \frac{5\sqrt{3}}{2}$

26 $8y+\sqrt[3]{-8} < 4y-\sqrt{121} \Rightarrow 8y-2 < 4y-11$

$\Rightarrow 8y-4y < -11+2 \Rightarrow 4y < -9 \Rightarrow y < \frac{-9}{4}$

27 $7\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{14}\right) \le 0 \Rightarrow \frac{7}{4}x - \frac{3}{2} \le 0 \Rightarrow \frac{7}{4}x \le \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \left(\frac{7}{4}x\right)\frac{4}{7} \le \left(\frac{3}{2}\right)\frac{4}{7} \Rightarrow x \le \frac{6}{7}$

28 $\frac{1}{6}(12z + 18) > z + 2 \Rightarrow 2z + 3 > z + 2 \Rightarrow 2z - z > 2 - 3 \Rightarrow z > -1$

29 $\frac{n}{-14} - 3 > \frac{-1}{28} \Rightarrow \frac{n}{-14} > \frac{-1}{28} + 3 \Rightarrow \frac{n}{-14} > \frac{-1+84}{28}$

$\Rightarrow \frac{n}{-14} > \frac{83}{28} \Rightarrow \frac{n}{-14}.14 > \frac{83}{28}.14 \Rightarrow -n > \frac{83}{2} \Rightarrow n < -\frac{83}{2}$

30 $\frac{2k}{2} - \frac{1}{2} \le \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow k \le \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 \Rightarrow k \le 0$

تدرب و حل مسائل حياتية:

31 **خرز:** تريد صبا ان تهدي أختها في عيد ميلادها عقدا من خرز اللؤلؤ يتألف من 100 خرزة و يتطلب صنعه 7 ساعات، أذا كان العقد فيه 16 خرزة فما أقل عدد من الخرز ينبغي لها أدخالها في كل ساعة لأكمال العقد؟

$7x \ge 100 \Rightarrow x \ge \frac{100}{7} \Rightarrow x \ge 14\frac{2}{7}$ خرزة

∴ يجب أن يدخل في كل ساعة أكثر من 14 على الأقل خرزة يعني 15 خرزة.

32 **كرة قدم:** في مباراة الدوري لأندية الدرجة الأولى لكرة القدم، فاز فريق القوة الجوية في 7 مباريات و خسر في 3 مباريات وبقي أمامه 22 مباراة ما أقل عدد المباريات التي يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات؟

عدد المباريات التي لعبها $7 + 3 = 10$ ⇐ العدد الكلي للمباريات $10 + 22 = 32$ مباراة

نصف المباريات $32 \div 2 = 6$

$\Rightarrow x \ge 16 \Rightarrow x \ge 16 - 7 \Rightarrow x \ge 9$

أكثر من 9 مباريات يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات

33 **مدينة العاب:** يحتاج شباك التذاكر في مدينة الألعاب 1400000 دينار لتغطية النفقات التشغيلية يوميا، أذا باع بمبلغ 650000 دينار حتى الظهر سعر التذكرة 750 دينار، فكم تذكرة عليه بيعها في الأقل لئلا يقع في تحت العجز المالي؟

$750x + 650000 \ge 1400000$

$750x \ge 1400000 - 650000$

$750x \ge 750000 \Rightarrow x \ge \frac{750000}{750} \Rightarrow x \ge 1000$

∴ يجب أن يبيع على الأقل 1000 تذكرة لئلا يقع تحت العجز المالي.

فكّر

تحد: حل المتباينات الآتية:

34 $2y-\frac{3}{4}<\left|-\frac{3}{2}\right|$

$$2y-\frac{3}{4}<\frac{3}{2}\Rightarrow 2y<\frac{3}{2}+\frac{3}{4}\Rightarrow 2y<\frac{9}{4}\Rightarrow y<\frac{9}{8}$$

35 $7\left(\frac{1}{5}z-1\right)>1\Rightarrow \frac{7}{5}z-7>1\Rightarrow \frac{7}{5}z>1+7\Rightarrow \frac{7}{5}z>8$

$$\Rightarrow z>8\left(\frac{5}{7}\right)\Rightarrow z>\frac{40}{7}$$

36 $\left(\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)(4+\sqrt[3]{8})\geq 0\Rightarrow \left(\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)(4+2)\geq 0$

$$\Rightarrow 6\left(\frac{1}{2}x-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\geq 0\Rightarrow 3x-3\sqrt{5}\geq 0\Rightarrow 3x\geq 3\sqrt{5}\Rightarrow x\geq\sqrt{5}$$

37 **أصحح الخطأ:** حل عثمان المتباينة التالية $\frac{v}{5}-\frac{1}{4}\leq\frac{3}{4}-1$ وكتب مجموعة الحل هي:

$\{5,6,7 ----\}$ حدد خطأ عثمان و صححه.

$$\frac{v}{5}-\frac{1}{4}\leq\frac{3}{4}-1\Rightarrow \frac{v}{5}\leq\frac{3}{4}-\frac{1}{4}-1\Rightarrow \frac{v}{5}\leq\frac{3}{4}+\frac{1}{4}-1$$

$$\Rightarrow \frac{v}{5}\leq\frac{4}{4}-1\Rightarrow \frac{v}{5}\leq 0\Rightarrow v\leq 0$$

لذلك جواب عثمان خطأ مجموعة الحل = $\{v : v\leq 0\}$

38 **حس عددي:** أثبت أن قيم **h** التي تجعل المتباينة التالية صحيحة و هي أعداد سالبة فقط

$$3h+\frac{1}{3}<\left|\frac{-1}{6}\right|-\frac{1}{3}\Rightarrow 3h+\frac{1}{3}<\frac{1}{6}-\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3h<\frac{1}{6}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\Rightarrow 3h<\frac{1-2-2}{6}$$

$$\Rightarrow 3h<\frac{-3}{6}\Rightarrow h<\frac{-1}{6}$$

مجموعة الحل هي $\frac{-1}{6} > h$ اعداد حقيقية سالبة فقط

أكتب

مسألة حياتية تمثل المتباينة الآتية: $500x + 600000 \le 1600000$ رأس مال شركة 1600000 دينار يبيع قناني عصير سعر القنينة الواحدة 500 دينار فكم قنينة يبيع كي لا يخسر اذا باع بمبلغ 600000 دينار

$$500x + 600000 \le 1600000$$
$$500x \le 1600000 - 600000$$
$$500x \le 1000000$$
$$x \le \frac{1000000}{500} \Rightarrow x \le 2000$$

أي يبيع أكثر من 2000 قنينة كي لا يخسر.

الدرس الخامس /

حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R

فكرة الدرس:

* حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات بأستعمال الخواص و تمثيل الحل على مستقيم الأعداد (متباينة جبرية يعني تحتوي على متغيرات).

*المفردات: المتباينة الجبرية، المتغير (يعني القيمة المجهولة و تمثل بحرف مثل x,y).

واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

أذا أراد 8 جنود الصعود الى المروحية و يحمل كل واحد منهم 20 kg من معداته الشخصية، أكتب متباينة و حلها لأيجاد الوزن الأضافي المسموح به لكل جندي على أن لاتزيد حمولتهم الكلية على 880kg

ملاحظة حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات و التي تتضمن متغيرا في أحد طرفيها.

لحل متباينة تحتوي على متغير في احد طرفيها نستعمل الخواص لعزل الحد الذي يحوي على المتغير في طرف المتباينة ثم نجعل معامله واحد بأستعمال خاصية الضرب أو القسمة وجد مجموعة الحل للمتباينة و تمثيلها على خط الأعداد الحقيقية.

مثال(1) أكتب المتباينة التي تمثل المسألة و حلها لأيجاد عدد الكيلو غرامات الأضافية المسموح بها لكل جندي، أفرض عدد الكيلو غرامات المسموح بها w

و لذلك كل جندي سيحمل w+20 و بما أنهم 8 جنود لذلك مجموع أحمالهم أقل من 880 فأن المسألة تكتب بالشكل

$$8(w + 20) \le 880$$

أفتح الأقواس $8w + 160 \le 880 \Rightarrow 8w \le 880 - 160$

$\Rightarrow 8w \le 720$ بالقسمة على 8

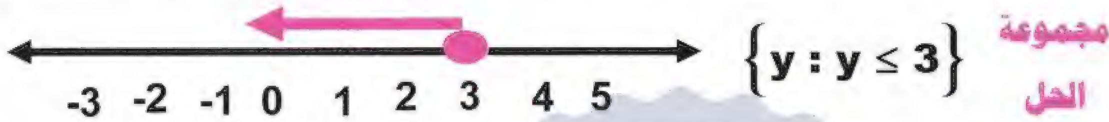
$$\Rightarrow w \le \frac{720}{8} \Rightarrow w \le 90$$

يستطيع كل جندي أن يحمل على الأكثر 90kg من الوزن الأضافي.

مثال(2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال الخواص و مثله على مستقيم الأعداد:

i) $3(y-2) \le 6-\sqrt[3]{27} \Rightarrow 3y-6 \le 6-3 \Rightarrow 3y \le 6-3+6$

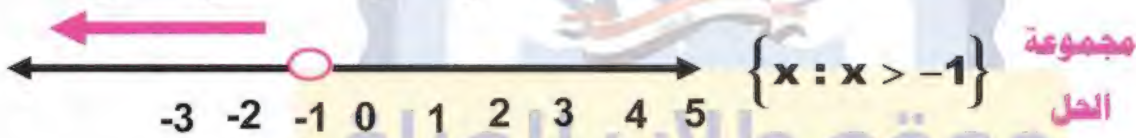
$\Rightarrow 3y \le 9 \Rightarrow y \le \frac{9}{3} \Rightarrow y \le 3$



مجموعة الحل $\{y : y \le 3\}$

ii) $\frac{1}{2}(x-\frac{4}{3})+\frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}x-\frac{4}{6}+\frac{1}{2}x > -\frac{10}{6}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x > -\frac{10}{6}+\frac{4}{6} \Rightarrow x > -\frac{6}{6} \Rightarrow x > -1$



مجموعة الحل $\{x : x > -1\}$

مثال(3) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

i) $5(z-\sqrt{3}) \ge 10(2-\sqrt{3}) \Rightarrow 5z-5\sqrt{3} \ge 20-10\sqrt{3}$

$\Rightarrow 5z \ge 20-10\sqrt{3}+5\sqrt{3} \Rightarrow z \ge \frac{20-5\sqrt{3}}{5}$

$\Rightarrow z \ge \frac{20-5\sqrt{3}}{5} \Rightarrow z \ge \frac{5(4-\sqrt{3})}{5} \Rightarrow z \ge 4-\sqrt{3}$

و يمكن أن تبداء الحل بالقسمة على 5

ii) $\frac{1}{3}v+\sqrt[3]{-27}-\frac{4}{3}v < |-3| \Rightarrow \frac{1}{3}v-\frac{4}{3}v-3 < 3$

$\Rightarrow -\frac{3}{3}v < 3+3 \Rightarrow -v < 6 \Rightarrow v > -6$

iii) $9-\sqrt[3]{-8} > 5(x-1) \Rightarrow 9+2 > 5x-5$

$\Rightarrow 11+5 > 5x \Rightarrow 5x < 16 \Rightarrow x < \frac{16}{5} \Rightarrow x < 3\frac{1}{5}$

iv) $\frac{-4}{3}\left(\frac{7}{2}h+\frac{14}{8}\right) < 0 \Rightarrow \frac{-4}{3}\times\frac{7}{2}h+\frac{-4}{3}\times\frac{14}{8} < 0$

$\Rightarrow \frac{-14}{3}h-\frac{28}{3} < 0 \Rightarrow \frac{-14}{3}h < \frac{28}{3}$

$\Rightarrow -14h < 28 \Rightarrow h < \frac{28}{-14} \Rightarrow h < \frac{-1}{2}$

* **حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات و التي تتضمن متغيرا في طرفيها:**

لحل المتباينات الجبرية و التي تتضمن متغيرا في طرفيها نتبع الخطوات التالية:

1 أستعمال خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس أن وجدت.

2 أحصر المتغيرات في الطرف الأيسر من المتباينة و ذلك بنقلها من جهة اليمين الى اليسار مع تغير اشارتها.

3 أستعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة.

4 جد مجموعة الحل وذلك بجعل معامل المتغير واحد.

مثال(4) حيوانات:وزن الدب 600 kg قبل مرحلة السبات و وزنه الطبيعي أقل من 400 kg يمكن أن يفقد من وزنه 8 kg في الأسبوع عند السبات، فكم أسبوعا يستطيع أن يصمد في السبات ليصل الى وزنه الطبيعي؟

نفرض عدد الأسابيع التي يمكن ان يصمد بها هي x أسبوعا فأن: المسألة

$$600 - 8x < 440$$

$$-8x < 440 - 600 \Rightarrow -8x < -160 \Rightarrow -x < \frac{-160}{8} \Rightarrow -x < -20$$

بالضرب × (-1)

$$\Rightarrow x > 20$$

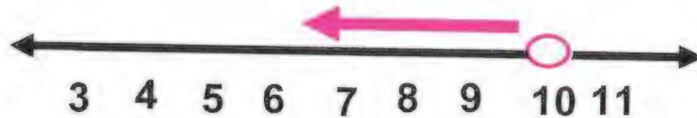
لذلك لا يمكن أن يصمد أكثر من 20 أسبوعا. (أقل شي 20 أسبوعا).

مثال(5) حل المتباينات التالية في R بأستعمال الخواص و مثله على مستقيم الأعداد:

$$\text{i) } \frac{2x}{5} < 4(x-9) \Rightarrow \frac{2x}{5} < 4x - 36 \Rightarrow 2x < 20x - 180$$

$$\Rightarrow 2x - 20x < -180 \Rightarrow -18x < -180 \Rightarrow -x < -10$$

$$\Rightarrow x > 10$$



$$\text{ii) } 3(y-2) \le 5(y-2) \Rightarrow 3y - 6 \le 5y - 10 \Rightarrow 3y + 5y \le 6 + 10$$

$$\Rightarrow 8y \le 16 \Rightarrow y \le 2$$



مثال(6) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\text{i) } 8(t-3) < 7(t-5) \Rightarrow 8t - 24 < 7t - 35 \Rightarrow 8t - 7t < 24 - 35$$

$$\Rightarrow t < -11$$

$$\text{ii) } \frac{-2x}{5} \le \frac{x}{7} \Rightarrow 7(-2x) \le 5x \Rightarrow -14x - 5x \le 0 \Rightarrow -19x \le 0$$

$$\Rightarrow 19x \ge 0 \Rightarrow x \ge 0$$

iii) $\frac{1}{4}(z+4) > \frac{1}{2}(\sqrt{2}-z) \Rightarrow \frac{1}{4}z+1 > \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}z$

$\Rightarrow \frac{1}{4}z + \frac{1}{2}z > \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \Rightarrow \frac{1+2}{4}z > \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow z > \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{3} \Rightarrow z > \frac{4-4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

iv) $\frac{h}{4} + \frac{1}{3} \geq \frac{h}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h}{4} - \frac{h}{2} \geq -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h-2h}{4} \geq \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{-h}{4} \geq \frac{-2}{3} \Rightarrow -h \geq \frac{-2}{3} \times 4 \Rightarrow -h \geq \frac{-8}{3} \Rightarrow h \leq \frac{8}{3}$

v) $\frac{7}{\sqrt[3]{-27}} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow \frac{7}{-3} - 2y \leq \frac{2}{3} - y$

$\Rightarrow -2y + y \leq \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \Rightarrow -y \leq \frac{9}{3} \Rightarrow y \geq -\frac{9}{3} \Rightarrow y \geq -3$

تاكد من فهمك:

حل المتباينات التالية في R بأستعمال الخواص و مثله على مستقيم الأعداد:

1 $5(x-1) \leq 8 - \sqrt[3]{-8} \Rightarrow 5x - 5 \leq 8 + 2$

$\Rightarrow 5x \leq 10 + 5 \Rightarrow x \leq \frac{15}{5} \Rightarrow x \leq 3$



2 $\frac{1}{3}(z - \frac{7}{2}) + \frac{1}{3}z \geq \frac{-23}{6} \Rightarrow \frac{1}{3}z - \frac{7}{6} + \frac{1}{3}z \geq \frac{-23}{6}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}z + \frac{1}{3}z \geq \frac{-23}{6} + \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{2}{3}z \geq \frac{-16}{6}$

$\Rightarrow z \geq \frac{-16}{6} \times \frac{3}{2} \Rightarrow z \geq -4$



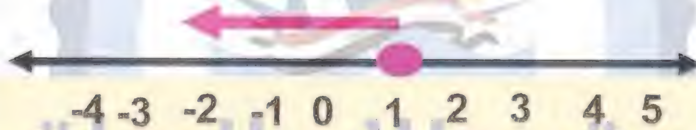
3 $\frac{t}{2} > 2\left(\frac{1}{\sqrt{16}} - t\right) \Rightarrow \frac{t}{2} > \frac{1}{2} - 2t \Rightarrow \frac{t}{2} + 2t > \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{5}{2}t > \frac{1}{2} \Rightarrow 5t > 1 \Rightarrow t > \frac{1}{5}$



4 $7(n-1) \le 9(1-n) \Rightarrow 7n - 7 \le 9 - 9n \Rightarrow 7n + 9n \le 9 + 7$

$\Rightarrow 16n \le 16 \Rightarrow n \le \frac{16}{16} \Rightarrow n \le 1$



حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقة:

5 $2(x - \sqrt{5}) \le 11(1 - \sqrt{5}) \Rightarrow 2x - 2\sqrt{5} \le 11 - 11\sqrt{5}$

$\Rightarrow 2x \le 11 - 11\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \Rightarrow 2x \le 11 - 9\sqrt{5} \Rightarrow x \le \frac{11 - 9\sqrt{5}}{2}$

6 $\frac{1}{2}y - \sqrt[3]{-8} - \frac{3}{2}y < |-7| \Rightarrow \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}y + 2 < 7$

$\Rightarrow \frac{1-3}{2}y < 7 - 2 \Rightarrow -\frac{2}{2}y < 5 \Rightarrow -y < 5 \Rightarrow y > -5$

7 $12 - \sqrt[3]{-125} \ge 6(z-1) \Rightarrow 12 + 5 \ge 6z - 6$

$\Rightarrow 17 + 6 \ge 6z \Rightarrow 23 \ge 6z \Rightarrow z \le \frac{23}{6}$

8 $\frac{-5}{7}\left(\frac{7}{3}m + \frac{14}{5}\right) > 0 \Rightarrow \frac{-5}{7}(\frac{7}{3}m) + (\frac{-5}{7}).\frac{14}{5} > 0 \Rightarrow \frac{-5}{3}m > 2$

$\Rightarrow -m > 2 \times \frac{3}{5} \Rightarrow m < -\frac{6}{5}$

9 $6(4-h) \le 7(h-5) \Rightarrow 24 - 6h \le 7h - 35$

$\Rightarrow -6h - 7h \le -35 - 24 \Rightarrow -13h \le -59 \Rightarrow -h \le \frac{-59}{13} \Rightarrow h \ge \frac{59}{13}$

10 $\frac{-3z}{7} \ge \frac{1}{7} + z \Rightarrow \frac{-3z}{7} - z \ge \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{-3-7}{7}z \ge \frac{1}{7}$

$\Rightarrow \frac{-10}{7}z \ge \frac{1}{7} \Rightarrow -z \ge \frac{1}{7} \times \frac{7}{10} \Rightarrow -z \ge \frac{1}{10} \Rightarrow z \le \frac{-1}{10}$

11 $\frac{1}{9}(x-\sqrt{2}) < \frac{1}{3}(\sqrt{2}-x) \Rightarrow \frac{1}{9}x - \frac{\sqrt{2}}{9} < \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3}x$

$\Rightarrow \frac{1}{9}x + \frac{1}{3}x < \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{9} \Rightarrow \frac{1+3}{9}x < \frac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow 4x < 4\sqrt{2}$

$x < \frac{4\sqrt{2}}{4} \Rightarrow x < \sqrt{2}$

12 $\frac{n}{6} + \frac{3}{2} > \frac{n}{3} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{n}{6} - \frac{n}{3} > -\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{n-2n}{6} > \frac{-2-9}{6}$

$\Rightarrow \frac{-n}{6} > \frac{-11}{6} \Rightarrow -n > \frac{-11}{6} \times 6 \Rightarrow -n > -11 \Rightarrow n < 11$

13 $\frac{5}{\sqrt[3]{-8}} - 4k \le \frac{5}{2} - k \Rightarrow -4k + k \le \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \Rightarrow -3k \le \frac{10}{2}$

$\Rightarrow -k \le \frac{5}{3} \Rightarrow k \ge \frac{-5}{3}$

14 $\frac{1}{4}(y-3) \ge \frac{1}{4}(\sqrt{2}-y) \Rightarrow \frac{1}{4}y - \frac{3}{4} \ge \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{4}y$

$\Rightarrow \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}y \ge \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2}{4}y \ge \frac{\sqrt{2}+3}{4} \Rightarrow y \ge \frac{\sqrt{2}+3}{4} \times \frac{4}{2}$

$\Rightarrow y \ge \frac{\sqrt{2}+3}{2}$

تدرب و حل التمرينات:

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على R:

15 $7(y+3) < 9 - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 7y + 21 < 9 + 3 \Rightarrow 7y \le 12 - 21$

$\Rightarrow 7y < -9 \Rightarrow y < \frac{-9}{7}$

16 $\frac{1}{7}(t - \frac{1}{8}) + \frac{1}{7}t \ge \frac{-6}{7} \Rightarrow \frac{1}{7}t - \frac{1}{56} + \frac{1}{7}t \ge \frac{-6}{7}$

$\Rightarrow \frac{1}{7}t + \frac{1}{7}t \ge \frac{-6}{7} \Rightarrow + \frac{1}{56} \Rightarrow \frac{2}{7}t \ge \frac{-48+1}{56}$

$\Rightarrow \frac{2}{7}t \ge \frac{-47}{56} \Rightarrow t \ge (\frac{-47}{56})(\frac{2}{7})$

$\Rightarrow t \ge \frac{-47}{56}$

17 $\frac{x}{5} \le 4(\frac{1}{\sqrt{36}} - 2x) \Rightarrow \frac{x}{5} \le 4(\frac{1}{6} - 2x)$

$\Rightarrow \frac{x}{5} \le \frac{4}{6} - 8x \Rightarrow \frac{x}{5} + 8x \le \frac{4}{6}$

$\Rightarrow \frac{x + 40x}{5} \le \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{41x}{5} \le \frac{4}{6}$

$\Rightarrow (\frac{41x}{5})(\frac{5}{41}) \le (\frac{4}{6})(\frac{5}{41})$

$\Rightarrow x \le \frac{20}{246} \Rightarrow x \le \frac{10}{123}$

18 $8(h + 3) > 12(1 - h) \Rightarrow 8h + 24 > 12 - 12h$

$\Rightarrow 8h + 12h > 12 - 24 \Rightarrow 20h > -12$

$\Rightarrow h > \frac{-12}{20} \Rightarrow h > \frac{-3}{5}$

19 $5(z - \sqrt{3}) < 7(1 - \sqrt{3}) \Rightarrow 5z - 5\sqrt{3} < 7 - 7\sqrt{3}$

$\Rightarrow 5z < 7 - 7\sqrt{3} + 5\sqrt{3} < 7 - 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow z < \frac{7 - 2\sqrt{3}}{5}$

20 $\frac{1}{6}m - \sqrt[3]{-27} - \frac{2}{3}m \le |-9| \Rightarrow \frac{1}{6}m + 3 - \frac{2}{3}m \le 9$

$\Rightarrow \frac{1}{6}m - \frac{2}{3}m \le 9 - 3 \Rightarrow \frac{1 - 4}{6}m \le \frac{-3}{6}m \le 6$

$\Rightarrow -3m \le 36 \Rightarrow m \ge \frac{-36}{3} \Rightarrow m \ge -12$

21 $14k - \sqrt[3]{-64} \ge 7(k - 1) \Rightarrow 14k + 4 \ge 7k - 7 \Rightarrow 14k - 7k > -7 - 4$

$\Rightarrow 7k > -11 \Rightarrow k > \frac{-11}{7}$

22 $\frac{-3}{8}\left(\frac{6}{8}x + \frac{3}{4}\right) > 0 \Rightarrow \frac{-18}{64}x - \frac{9}{32} > 0 \Rightarrow \frac{-18}{64}x > \frac{9}{32} \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{9}{32}x > \frac{9}{32} \Rightarrow x < -1$

23 $9(3 + y) < 6(y - 4) \Rightarrow 27 + 9y < 6y - 24$

$\Rightarrow 9y - 6y < -24 - 27 \Rightarrow 3y < -51 \Rightarrow y < \frac{-51}{3} \Rightarrow y < -17$

24 $\frac{-2n}{7} \geq \frac{3}{5} + n \Rightarrow \frac{-2n}{7} - n \geq \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{-9}{7} n \geq \frac{3}{5}$

$\Rightarrow -n \geq \frac{21}{45} \Rightarrow -n \geq \frac{7}{15} \Rightarrow n \leq -\frac{7}{15}$

25 $\frac{1}{6}(z - \sqrt{3}) \leq \frac{1}{6}(\sqrt{3} - z) \Rightarrow z - \sqrt{3} \leq \sqrt{3} - z$ نضرب الطرفين $\times (6)$

$\Rightarrow z + z \leq \sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow 2z \leq 2\sqrt{3} \Rightarrow z \leq \sqrt{3}$

26 $\frac{h}{4} + \frac{2}{3} < \frac{h}{3} + \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{h}{4} - \frac{h}{3} < \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3h - 4h}{12} < \frac{4-2}{3}$

$\Rightarrow \frac{-h}{12} < \frac{2}{3} \Rightarrow -h < \frac{2}{3} \times 12 \Rightarrow h > -8$

27 $\frac{8}{\sqrt[3]{-125}} - 2x > \frac{2}{5} - x \Rightarrow \frac{8}{-5} - 2x > \frac{2}{5} - x \Rightarrow -2x + x > \frac{2}{5} + \frac{8}{5}$

$\Rightarrow -x > 2 \Rightarrow x < -2$

28 $\frac{1}{9}(y + 6) \geq \frac{1}{6}(\sqrt{6} - y) \Rightarrow \frac{1}{9} y + \frac{6}{9} \geq \frac{\sqrt{6}}{6} - \frac{1}{6} y \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2+3}{18} y \geq \frac{\sqrt{6} - 4}{6} \Rightarrow \frac{5}{18} y \geq \frac{\sqrt{6} - 4}{6} \Rightarrow 5y \geq 3(\sqrt{6} - 4)$

$\Rightarrow y \geq \frac{3(\sqrt{6} - 4)}{5}$

تدرب وحل المسائل حياتية:

29 **حديقة الحيوان**: باع شباك التذاكر في حديقة الحيوان تذاكر بمبلغ 450000 دينار سعر التذكرة 500 دينار لحد الظهر ويحتاج شبك التذاكر الى مبلغ 1850000 دينار لحد الظهر يوميا لتغطية نفقاته التشغيلية ما اقل عدد من التذاكر علية بيعها لتغطية النفقات التشغيلية ؟

$500x + 450000 \geq 1850000$

$500x \geq 1850000 - 450000 \Rightarrow 500x \geq 1400000$

$\Rightarrow x \geq \frac{1400000}{500} \Rightarrow x \geq 2800$ يحتاج لبيع 2800 تذكرة على الاقل

30 **كرة السلة**: ضمن مباريات الدوري لكرة السلة فاز الفريق الأصفر في **22** مباراة وخسر في **15** مباريات وبقى امامه **40** مباراة ليخوضها ما اقل عدد من المباريات الباقية التي ينبغي للفريق الفوز بها لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي من المباريات؟

عدد المباريات التي لعبها $32 = 10 + 22$

عدد المباريات الكلي $72 = 40 + 32$

عدد نصف المباريات $36 = 2 \div 72$

$$x+22 \geq 36 \Rightarrow x \geq 36-22 \Rightarrow x \geq 14$$

∴ يجب ان يفوز على الأقل في **14** مباراة لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات.

31 **فايلات ورقية**: تريد نادية عمل طائرة ورقية على قطعة ورقية مستطيلة الشكل يزيد طولها على عرضها بمقدار **15 cm** ما اقل طول للقطعة الورقية بحيث يكون محيطها أكبر من **130 cm**؟

ليكن العرض **x** فأن الطول **15+x**

محيط القطعة الورقية أكبر من **130**

$$\underbrace{2\left[x+(x+15)\right]}_{\text{محيط المستطيل}} > 130 \Rightarrow 2x+2x+30 > 130$$

$$\Rightarrow 4x > 130-30$$

$$\Rightarrow x > \frac{100}{4} \Rightarrow x > 25$$

∴ أقل طول للقطعة هو **25+15=40cm**

فكر

32 $\frac{1}{2}x + \sqrt[3]{-125} + \frac{5}{2}x > |-6| \Rightarrow \frac{1}{2}x - 5 + \frac{5}{2}x > 6$

$$\Rightarrow \frac{6}{2}x > 6+5 \Rightarrow 3x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{3}$$

33 $\left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{3}\right)(5 + \sqrt[3]{-125}) > 2y \Rightarrow \left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{3}\right)(5-5) > 2y$

$$\left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{3}\right)(0) > 2y \Rightarrow 2y < 0 \Rightarrow y < 0$$

34 **أصحح الخطأ**: حلت وردة المتباينة الأتية: $\frac{5}{3}\left(\frac{h}{5}+\frac{3}{4}\right) \leq \frac{5}{4} - 2$ وكتبت مجموعة الحل هي: $\{-6, -5, -4, \ldots\}$ حدد خطأ وردة و صححه؟

$$\frac{5}{3}\times\frac{h}{5} + \frac{5}{3}\times\frac{3}{4} \leq \frac{5}{4} - 2 \Rightarrow \frac{h}{3} + \frac{5}{4} \leq \frac{5}{4} - 2$$

$$\Rightarrow \frac{h}{3} \leq \frac{5}{4} - \frac{5}{4} - 2 \Rightarrow \frac{h}{3} \leq -2$$

$$\Rightarrow h \leq -6$$

لذلك جواب وردة خطأ حيث مجموعة الحل الأعداد الأصغر من 6- و ليس الأكبر و الصحيح $\{-6, -7, -8, \ldots\}$

35 حس عددي: أثبت أن قيم z التي تجعل المتباينة التالية صحيحة وهي أعداد سالبة فقط.

$$7z - \frac{1}{7} < \left|-\frac{1}{7}\right| - \frac{4}{14} \Rightarrow 7z < \frac{1}{7} - \frac{1}{7} - \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow 7z < 0 \Rightarrow z < 0$$

∴ قيم z أعداد سالبة فقط

أكتب

مسألة حياتية تكتل المتباينة الآتية: $(x + 6) \leq 40$

المسألة عمر أحمد بعد 6سنوات اقل من 40 سنة فما عمر أحمد الآن.

الدرس السادس /

خطة حل المسألة (التخمين و التحقق)

فكرة الدرس:

* **أستعمال التخمين و التحقق في حل المسألة.**

واليك المثال التالي لشرح فكرة الدرس:

تعلم:

في حقل تربية الأبقار يأكل العجل الصغير 4kg من العلف يوميا و تأكل البقرة 12kg من العلف يوميا و مجموع أستهلاك الحقل من العلف 2600kg يوميا، اذا كان مجموع الأبقار و العجول هو 250 فما عدد كل منهم؟

أفهم:

ماالمعطيات في السؤال: يأكل العجل الصغير 4kg من العلف يوميا و تأكل البقرة 12kg من العلف يوميا، و مجموع أستهلاك الحقل من العلف 2600kg يوميا، مجموع الأبقار و العجول هو 250.

المطلوب من المسألة: أيجاد عدد العجول و عدد الأبقار في الحقل

خطط:

كيف تحل المسألة؟ خمن و تحقق و عدل النخمين حتى نصل الى الأجابة الصحيحة.

حل: أستهلاك الحقل من العلف يوميا 2600kg .

عدد العجول x	عدد الأبقار y	$4x + 12y = 2600$	التحقق
70	180	$4(70) + 12(180) = 2440$	2440<2600
60	190	$4(60) + 12(190) = 2520$	2520<2600
50	200	$4(50) + 12(200) = 2600$	صحيح

تحقق/ $250 = 200 + 50$ عدد الأبقار و العجول في الحقل.
و ان $2600 = (4)(50) + (12)(200)$ لذا التخمين صحيح.

مسائل Problems :

أستعمل ستراتيجيته التخمين و التحقق لحل المسائل الآتية:

1 نقود: تسلم أياد مبلغ نصف مليون دينار من المصرف منها فئة خمسة الآف و فئة عشر الآف فأذا كانت فئة الخمسة الآف ثلاثة أمثال فئة العشرة الآف فما عدد كل منها؟

	فئة 5 الآف	فئة 10 الآف	المعادلات $5000x + 1000y = 500000$	التحقق
خطا	30	10	$5000(30) + 1000(10) = 250000$	250<500
خطا	45	15	$5000(45) + 1000(15) = 375000$	375<500
صحيح	60	20	$5000(60) + 1000(20) = 500000$	التخمين صحيح

2 صالة تزلج: باع شباك التذاكر لصالة التزلج تذاكر بمبلغ 150000دينار حتى الظهر بسعر 1500 دينار للشخص الواحد ويجب على شباك التذاكر أن يبيع في الأقل بمبلغ 250000 دينار يوميا لتغطية النفقات التشغيلية للصالة فكم يبيعها في الأقل لتغطية المبلغ؟ الشرح شبيه بالمثال و أليك الحل و التخطيط

$$1500x + 150000 \geq 250000$$
$$1500x \geq 250000 - 150000$$
$$1500x \geq 100000 \Rightarrow x \geq \frac{100000}{1500} \Rightarrow x \geq 66.67$$

يعني أن شباك التذاكر يجب أن يبيع على الأقل 67 تذكرة.

3 كرة قدم: ضمن مباريات الدوري لكرة القدم فاز فريق القوة الجوية في 12 مباراة و خسر 5 مباريات و بقي امامه 13 مبارات ليخوضها. ما أقل عدد من المباريات الباقية التي ينبغي للفريق الفوز بها لكي يفوز بأكثر من ثلثي العدد الكلي من المباريات؟

الفريق خاض مباراة $12 + 5 = 17$

عدد جميع المباريات $13 + 17 = 30$

عدد ثلثي المباريات $\frac{2}{3} \times 30 = 20$

المسألة $x + 12 \geq 20$

$x \geq 20 - 12 \Rightarrow x \geq 8$

مباريات ليحقق الهدف المطلوب من السؤال

8 أي يفوز ب

4 مسرح: مسرح يتسع ل 750 شخصا حجزت أماكن لـ 256 شخصا في المقدمة لمشاهدة عرض مسرحي وضع المنظمون 35 صفا من الكراسي ما العدد الأقصى للكراسي في كل صف؟

$$35x + 256 \leq 750$$
$$\Rightarrow 35x \leq 750 - 256$$
$$\Rightarrow 35x \leq 494$$
$$\Rightarrow x \leq \frac{494}{35} \Rightarrow x \leq 14.1$$ التخمين صحيح

∴ أقل أو أقصى عدد من الكراسي في كل صف هو 14 كرسي.

Chapter Four Review مراجعة الفصل الرابع

المفردات: تحفظ على صفحة 112 من الكتاب المقرر لأهميتها

الدرس الاول / حل المعادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R

مثال(1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح:

i) $5z-8=4z+|-20| \Rightarrow 5z-8=4z+20 \Rightarrow z=28$

ii) $7t+3\sqrt{2}=8t-6\sqrt{2} \Rightarrow 7t-8t=-6\sqrt{2}-3\sqrt{2} \Rightarrow -t=-9\sqrt{2}$
$\Rightarrow t=9\sqrt{2}$

مثال(2) حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة:

i) $4(6y-1)=2(5y+9) \Rightarrow 24y-4=10y+18$

$\Rightarrow 24y-10y=18+4 \Rightarrow 14y=22 \Rightarrow y=\frac{22}{14}=\frac{11}{7}$

ii) $\frac{x}{6}=\frac{9}{12} \Rightarrow (12)(x)=(9)(6) \Rightarrow x=\frac{(9)(6)}{12} \Rightarrow x=\frac{9}{2}$

تدريب (1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح

i) $2y-8=3y-|-10| \Rightarrow 2y-3y=8-10 \Rightarrow -y=-2 \Rightarrow y=2$

ii) $|-4|h=9-\sqrt[3]{-27h} \Rightarrow 4h=9+3h \Rightarrow 4h-3h=9 \Rightarrow h=9$

تدريب (2) حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة:

i) $\frac{3y}{4}=\frac{9}{16} \Rightarrow \frac{3y}{4}(\frac{4}{3})=\frac{9}{16}(\frac{4}{3}) \Rightarrow y=\frac{3}{4}$

ii) $7x-8=5x-3^2 \Rightarrow 7x-5x=8-9 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=\frac{-1}{2}$

الدرس الثاني

مثال(1) حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

i) $5(x-7)+11=|21| \Rightarrow 5x-35+11=21 \Rightarrow 5x=21+35-11$

$\Rightarrow 5x=45 \Rightarrow x=\frac{45}{5}=9$

ii) $\frac{1}{3}(15z+21)-10=\frac{1}{3}(12-6z) \Rightarrow 5z+7-10=4-2z$

$\Rightarrow 5z+2z=-7+10+4 \Rightarrow 7z=7 \Rightarrow z=1$

مثال(2) حل المعادلة الآتية:

$|2n-7| = 6$

$$|2n-7| = 6 \Rightarrow \begin{cases} 2n-7=6 \Rightarrow 2n=13 \Rightarrow n=\frac{13}{2} \\ 2n-7=-6 \Rightarrow 2n=1 \Rightarrow n=\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموعة الحل: $\{\frac{13}{2}, \frac{1}{2}\}$

حل المعادلات من الدرجة الولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R

تدريب(1) حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

i) $4(x-5\sqrt{3}) = 3x-2\sqrt{3} \Rightarrow 4x-20\sqrt{3} = 3x-2\sqrt{3} \Rightarrow x = 18\sqrt{3}$

ii) $\frac{1}{2}(3y+20)-6 = \frac{1}{4}(16-6y) \Rightarrow \frac{3}{2}y+10-6 = 4-\frac{6}{4}y$

$\Rightarrow \frac{3}{2}y+\frac{3}{2}y-6 = 4-10 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$

تدريب (2) حل المعادلة الآتية:

$|z-7| = 3$

$$|z-7| = 3 \Rightarrow \begin{cases} z-7=3 \Rightarrow z=10 \\ z-7=-3 \Rightarrow z=4 \end{cases}$$

مجموعة الحل: $\{10, 4\}$

الدرس الثالث: حل المعادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .

مثال(1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي:

i) $x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18}$ أو $x = -\sqrt{18}$

$\Rightarrow x = 3\sqrt{2}$ أو $x = -3\sqrt{2}$

ii) $8t^2 = 1 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow t = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو $t = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$

مثال(2) حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

i) $(x-3)(x+5) = 0 \Rightarrow x-3 = 0$ أو $x+5 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x = -5$

ii) $5y-5y^2 = 0 \Rightarrow 5y(1-y) = 0 \Rightarrow 5y = 0$ أو $1-y = 0$

$y = 0$ أو $y = 1$

تدريب(1) حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي:

i) $16z^2 = 4 \Rightarrow z^2 = \frac{4}{16} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$ أو $z = -\frac{1}{2}$

ii) $z^2 - 1 = 11 \Rightarrow z^2 = 12 \Rightarrow z = \sqrt{12}$ أو $z = -\sqrt{12}$

$\Rightarrow z = 2\sqrt{3}$ أو $z = -2\sqrt{3}$

تدريب (2) حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

i) $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0$ أو $x + \sqrt{3} = 0$

$x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$

ii) $5z^2 + 16z = 0 \Rightarrow z(5z + 16) = 0 \Rightarrow z = 0$ أو $5z + 16 = 0$

$\Rightarrow z = 0$ أو $z = \frac{-16}{5}$

الدرس الرابع:

مثال(1) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

i) $5(y - \sqrt{2}) < 4y \Rightarrow 5y - 5\sqrt{2} < 4y \Rightarrow 5y - 4y < 5\sqrt{2} \Rightarrow y < 5\sqrt{2}$

ii) $3(\frac{1}{3}y + \frac{1}{15}) < 0 \Rightarrow y + \frac{1}{15} < 0 \Rightarrow y < \frac{-1}{5}$

مثال(2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$\frac{1}{3}(z + 9) > \frac{1}{3}(\sqrt{3} - 2z) \Rightarrow \frac{1}{3}z + 3 > \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2}{3}z$

$\Rightarrow \frac{1}{3}z + \frac{2}{3}z > \frac{\sqrt{3}}{3} - 3 \Rightarrow z > 1 - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R

تدريب (1) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح:

i) $3(\frac{1}{3} + \frac{1}{15}) < 4y$ نفس حل المثال

ii) $5t + \sqrt[3]{-8} \geq 6t - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 5t - 2 \geq 6t - 3$

$\Rightarrow 5t - 6t \geq 2 - 3 \Rightarrow -t \geq -1 \Rightarrow t \leq 1$

تدريب (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i)\ 6(n-3) < 4(n-5) \Rightarrow 6n-18 < 4n-20$$

$$\Rightarrow 6n-4n < 18-20 \Rightarrow 2n < -2 \Rightarrow n < -1$$

$$ii)\ \frac{-2x}{9} \le \frac{x}{7} \Rightarrow \frac{-2x}{9} - \frac{x}{7} \le 0 \Rightarrow \frac{-14x-9x}{63} \le 0$$

$$\Rightarrow -23x \le 0 \Rightarrow x \ge 0$$

الدرس الخامس:

حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i)\ 6(x-\sqrt{3}) \ge 6(1-\sqrt{3}) \Rightarrow 6x-6\sqrt{3} \ge 6-6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 6x \ge 6-6\sqrt{3}+6\sqrt{3} \Rightarrow 6x \ge 6 \Rightarrow x \ge \frac{6}{6} \Rightarrow x \ge 1$$

$$ii)\ 6-\sqrt[3]{-27} < 4(y-1) \Rightarrow 6+3 < 4y-4 \Rightarrow 9 < 4y-4$$

$$\Rightarrow 9+4 < 4y \Rightarrow 13 < 4y \Rightarrow y > \frac{13}{4}$$

مثال (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\frac{7}{\sqrt[3]{-125}} + 2t \le \frac{1}{5} + t \Rightarrow \frac{7}{-5} + 2t \le \frac{1}{5} + t$$

$$\Rightarrow 2t - t \le \frac{1}{5} + \frac{7}{5} \Rightarrow t \le \frac{8}{5}$$

تدريب (1) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$i)\ \frac{1}{5}n + \sqrt[3]{-27} - \frac{11}{5}n < |-3| \Rightarrow \frac{1}{5}n - 3 - \frac{11}{5}n < 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5}n - \frac{11}{5}n < 6 \Rightarrow \frac{-10}{5}n < 6 \Rightarrow -2n < 6 \Rightarrow -n < 3 \Rightarrow n > -3$$

تدريب (2) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$\frac{1}{3}(y+6) > \frac{1}{3}(\sqrt{3}-y) \Rightarrow \frac{1}{3}y + 2 > \frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{3}y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}y > \frac{1}{3}\sqrt{3} - 2 \Rightarrow \frac{2}{3}y > 1 - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y > (\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}) \times \frac{3}{2} \Rightarrow y > \frac{3-6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

Chapter Four Test أختبار الفصل الرابع

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية و تحقق من صحة الحل:

1 $z = \sqrt[3]{-8} + 2z \Rightarrow z = -2 + 2z \Rightarrow 2 = 2z - z \Rightarrow z = 2$

$2 = \sqrt[3]{-8} + 2(2) \Rightarrow 2 = -2 + 4 \Rightarrow 2 = 2$ التحقيق

2 $4m - 5\sqrt{2} = 3m + 6\sqrt{2} \Rightarrow 4m - 3m = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} \Rightarrow m = 11\sqrt{2}$

التحقيق نفس الطريقة السابقة نعوض مكان m في الطرف الأيسر فنجدها الطرفين متساوية.

3 $\sqrt{36}h = |-16| + 5h \Rightarrow 6h = 16 + 5h \Rightarrow h = 16$

4 $3z \div 21 = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{3z}{21} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{1}{7}z = \frac{1}{7} \Rightarrow z = 1$

5 $\sqrt[3]{125}x \div |-19| = 5^2 \Rightarrow 5x \div 19 = 25 \Rightarrow \frac{5x}{19} = 25$

$\Rightarrow 5x = 225 \Rightarrow x = \frac{225}{5} \Rightarrow x = 45$

6 $\sqrt{3}x \div 9 = \sqrt{3} \div 3 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}x}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{9}{\sqrt{3}}(\frac{\sqrt{3}x}{9}) = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow x = 3$

7 $\frac{\sqrt{5}}{2}h = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5}.\sqrt{5}h = 2 \Rightarrow 5h = 2 \Rightarrow h = \frac{2}{5}$

8 $\frac{9y}{3\sqrt[3]{4}} = \frac{18}{4} \Rightarrow 36y = 54\sqrt[3]{4} \Rightarrow y = \frac{54\sqrt[3]{4}}{36} \Rightarrow y = \frac{9\sqrt[3]{4}}{4}$

9 $6z \div 13 = 2z \div 13 \Rightarrow \frac{6z}{13} = \frac{2z}{13} \Rightarrow 6z = 2z \Rightarrow z = 0$

10 $8(h - 1^2) = \frac{1}{2}h - 6 \Rightarrow 8h - 8 = \frac{1}{2}h - 6 \Rightarrow 8h - \frac{1}{2}h = 8 - 6$

$\Rightarrow \frac{15}{2}h = 2 \Rightarrow h = \frac{4}{15}$

11 $5\sqrt{3} - z = z - 7\sqrt{3} \Rightarrow -z - z = -5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} \Rightarrow -2z = -12\sqrt{3}$

$\Rightarrow z = 6\sqrt{3}$

12 $\sqrt{64}y = 10(y - 1) + 3^2 \Rightarrow 8y = 10y - 10 + 9 \Rightarrow 8y - 10y = -1$

$\Rightarrow -2y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$

حل المتباينات التاليه باستعمال الخواص

13 $3(x-10)=2(x+10) \Rightarrow 3x-30=2x+20$

$\Rightarrow 3x-2x=30+20 \Rightarrow x=50$

14 $\sqrt[3]{-8}y \div |-8| = 4\sqrt{2} \Rightarrow \frac{-2y}{8} = 4\sqrt{2} \Rightarrow -2y = 32\sqrt{2}$

$\Rightarrow y = \frac{32\sqrt{2}}{-2} \Rightarrow y = -16\sqrt{2}$

15 $\frac{1}{3}(z-7)+\frac{7}{3}=\frac{1}{5}(z-10) \Rightarrow \frac{1}{3}z-\frac{7}{3}+\frac{7}{3}=\frac{1}{5}z-2$

$\Rightarrow \frac{1}{3}z-\frac{1}{5}z=-2 \Rightarrow \frac{5-3}{15}z=-2 \Rightarrow 2z=-30 \Rightarrow z=-15$

16 $\frac{t}{8+\sqrt[3]{-27}}=\frac{6t}{5} \Rightarrow \frac{t}{8-3}=\frac{6t}{5} \Rightarrow \frac{t}{5}=\frac{6t}{5} \Rightarrow t=6t \Rightarrow t=0$

17 $|2y-12|=7 \Rightarrow \begin{cases} y-12=7 \Rightarrow y=19 \\ y-12=-7 \Rightarrow y=5 \end{cases}$ مجموعة الحل هي: $\{19, 5\}$

18 $|2v-5|=\sqrt{36} \Rightarrow \begin{cases} 2v-5=6 \Rightarrow 2v=11 \Rightarrow v=\frac{11}{2} \\ 2v-5=-6 \Rightarrow 2v=-1 \Rightarrow v=\frac{-1}{2} \end{cases}$

مجموعة الحل هي: $\{\frac{11}{2}, \frac{-1}{2}\}$

19 $\left|\frac{1}{3}n+18\right|=\sqrt[3]{-125} \Rightarrow \left|\frac{1}{3}n+18\right|=-5$ لا يمكن لأن المسافة سالبة

مجموعة الحل هي $\emptyset$

20 $|7x-14|=|-18|$

$\Rightarrow |7x-14|=18 \Rightarrow \begin{cases} 7x-14=18 \Rightarrow 7x=32 \Rightarrow x=\frac{32}{7} \\ 7x-14=-18 \Rightarrow 2x=-4 \Rightarrow x=\frac{-4}{7} \end{cases}$

مجموعة الحل هي: $\{\frac{32}{7}, \frac{-4}{7}\}$

21 $|z-\sqrt{3}| = 4\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} z-\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \Rightarrow z = 5\sqrt{3} \\ z-\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \Rightarrow z = -3\sqrt{3} \end{cases}$

مجموعة الحل هي : $\{5\sqrt{3}, -3\sqrt{3}\}$

حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي:

22 $x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$ أو $x = -8$

23 $9x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ أو $x = -\frac{1}{3}$

24 $12t^2 = 4 \Rightarrow t^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow t = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{2}^1\sqrt{3}}$ أو $t = -\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{2}^1\sqrt{3}}$

$\Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}}$ أو $t = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

25 $n^2 - 5 = 20 \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$ أو $n = -5$

26 $7 - z^2 = -42 \Rightarrow -z^2 = -42 - 7 \Rightarrow z^2 = 49 \Rightarrow z = 7$ أو $z = -7$

27 $\frac{1}{4}k^2 = 9 \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = 6$ أو $k = -6$

28 $y^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \frac{2}{3}$ أو $y = -\frac{2}{3}$

29 $h^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{1+3}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{4}{4} \Rightarrow h^2 = 1 \Rightarrow h = 1$ أو $h = -1$

حل المعادلات التالية بأستعمال خاصية الضرب الصفري:

30 $(y-4)(y+4) = 0 \Rightarrow (y-4) = 0$ أو $(y+4) = 0$

$\Rightarrow y = 4$ أو $y = -4$

31 $(z-7)(z-7) = 0 \Rightarrow z - 7 = 0$ أو $z - 7 = 0 \Rightarrow z = 7$

32 $(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x + \sqrt{5} = 0$ أو $x - \sqrt{3} = 0$

$\Rightarrow x = -\sqrt{5}$ أو $x = \sqrt{3}$

33 $(\sqrt{2}-h)(\sqrt{2}+h)=0 \Rightarrow \sqrt{2}-h=0$ أو $\sqrt{2}+h=0$

$\Rightarrow h=\sqrt{2}$ أو $h=-\sqrt{2}$

34 $(4t+8)(3t-7)=0 \Rightarrow 4t+8=0$ أو $3t-7=0$

$\Rightarrow t=-2$ أو $t=\frac{7}{3}$

35 $\sqrt{8}x^2+2x=0 \Rightarrow 2\sqrt{2}x^2+2x=0 \Rightarrow 2x(\sqrt{2}x+1)=0$

$\Rightarrow 2x=0$ أو $\sqrt{2}x+1=0 \Rightarrow x=0$ أو $x=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

36 $z^2-z=0 \Rightarrow z(z-1)=0 \Rightarrow z=0$ أو $z=1$

37 $3\sqrt{7}n^2-3\sqrt{7}n=0 \Rightarrow 3\sqrt{7}n(n-1)=0 \Rightarrow 3\sqrt{7}n=0$ أو $n-1=0$

$\Rightarrow n=0$ أو $n=1$

38 $\frac{1}{5}y^2-\frac{1}{5}y=0 \Rightarrow \frac{1}{5}y(y-1)=0 \Rightarrow \frac{1}{5}y=0$ أو $y-1=0$

$\Rightarrow y=0$ أو $y=1$

حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الاعداد الحيقية :

39 $2(x-\sqrt{2}) \geq x-\sqrt{2} \Rightarrow 2x-\sqrt{2} \geq x-\sqrt{2}$

$\Rightarrow 2x-x \geq 2\sqrt{2}-\sqrt{2} \Rightarrow \geq x \geq \sqrt{2}$

40 $9z+\sqrt[3]{-27} < 10z-\sqrt[3]{125} \Rightarrow 9z-3 < 10z-5$

$\Rightarrow 9z-10z < 3-5 \Rightarrow -z < -2 \Rightarrow z > 2$

41 $5(\frac{1}{2}y-\frac{3}{10}) \leq 0 \Rightarrow \frac{5}{2}y-\frac{3}{2} \leq 0 \Rightarrow \frac{5}{2}y \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 5y \leq 3 \Rightarrow y \leq \frac{3}{5}$

42 $\frac{t}{-7}-1 > \frac{-1}{14} \Rightarrow \frac{t}{-7} > \frac{-1}{14}+1 \Rightarrow \frac{t}{-7} > \frac{-1+14}{14}$

$\Rightarrow \frac{t}{-7} > \frac{13}{14} \Rightarrow -t > \frac{13}{2} \Rightarrow t < \frac{-13}{2}$

43 $\frac{2m}{9}-\frac{1}{9}\le\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{2m}{9}\le\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{2m}{9}\le\frac{2}{9}\Rightarrow 2m\le 2\Rightarrow m\le 1$

بالقسمه على ٢

44 $3(x+7)<6-\sqrt[3]{-64}\Rightarrow 3x+21<6+4\Rightarrow 3x<10-21$

$\Rightarrow 3x<-11\Rightarrow x<\frac{-11}{3}$

45 $\frac{1}{6}(z-\frac{12}{5})+\frac{5}{6}z\ge\frac{-3}{5}\Rightarrow\frac{1}{6}z+\frac{5}{6}z-\frac{2}{5}\ge\frac{-3}{5}$

$\Rightarrow\frac{1+5}{6}z\ge\frac{-3}{5}+\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{6}{6}z\ge\frac{-3+2}{5}\Rightarrow z\ge\frac{-1}{5}$

46 $\frac{y}{4}\le 2(\frac{1}{\sqrt{16}}-\frac{1}{8}y)\Rightarrow\frac{y}{4}\le\frac{2}{4}-\frac{1}{4}y\Rightarrow\frac{y}{4}+\frac{y}{4}\le\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}y\le\frac{1}{2}\Rightarrow y\le 1$

47 $5(x+1)>2(1-x)\Rightarrow 5x+5>2-2x$

$\Rightarrow 5x+2x>2-5\Rightarrow 7x>-3\Rightarrow x>\frac{-3}{7}$

48 $\frac{1}{3}(h-\sqrt{2})\le\frac{2}{3}(\sqrt{2}-h)\Rightarrow\frac{1}{3}h-\frac{\sqrt{2}}{3}\le\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{2}{3}h$

$\Rightarrow\frac{1}{3}h+\frac{2}{3}h\le\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{3}\Rightarrow\frac{3}{3}h\le\frac{3\sqrt{2}}{3}\Rightarrow h\le\sqrt{2}$

49 $\frac{m}{6}+\frac{2}{5}<\frac{m}{3}-\frac{4}{5}\Rightarrow\frac{m}{6}-\frac{m}{3}<-\frac{4}{5}-\frac{2}{5}\Rightarrow\frac{1-2}{6}m<\frac{-4-2}{5}$

$\Rightarrow\frac{-1}{6}m<\frac{-6}{5}\Rightarrow -m<\frac{-36}{5}\Rightarrow m>\frac{36}{5}$

50 $\frac{9}{\sqrt[3]{-27}}-5y>\frac{1}{5}-y\Rightarrow\frac{9}{-3}-5y>\frac{1}{5}-y\Rightarrow -3-5y>\frac{1}{5}-y$

$\Rightarrow -5y+y>\frac{1}{5}+3\Rightarrow -4y>\frac{1+15}{5}\Rightarrow -4y>\frac{16}{5}\Rightarrow y<\frac{-16}{20}\Rightarrow y<\frac{-4}{5}$

أنتهى الفصل الرابع

تمرينات الفصول الاربعة Chapter Exercise

الأختيار من متعدد Multiple Choice

الفصل الاول / الاعداد النسبية Rational Numbers

الدرس الاول/ ترتيب العمليات على الأعداد النسبية

أختر الأجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

أستعمل جمع و طرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

1 $\frac{1}{4}-\frac{3}{8}+\frac{3}{2}=\frac{2-3+12}{8}=\frac{11}{8}$ الجواب b ص116

2 $2\frac{1}{3}\quad 1\frac{1}{5}\quad \frac{6}{15}\quad \frac{7}{3}\quad \frac{6}{5}\quad \frac{6}{15}$ الجواب C ص116

$\frac{35\quad 18\quad 6}{15}\quad \frac{47}{15}$

3 $\frac{2}{7}-\frac{1}{2}+\frac{1}{7}-\frac{3}{2}=\frac{4-7+2-2}{14}=\frac{-11}{7}$ الجواب a ص116

4 $6.13-5.02+1.5=2.61$ الجواب b ص116

أستعمل ضرب و قسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

5 $1\frac{1}{4}\times\left(-2\frac{1}{2}\right)\div 3\frac{4}{2}=\frac{5}{4}\times\frac{-5}{2}\div\frac{10}{2}$ الجواب b ص116

$=\frac{5}{4}\times\frac{-5}{2}\times\frac{2}{10}=\frac{-5}{8}$

6 $\frac{49}{5}\div\frac{-7}{5}\times\frac{-3}{5}=\frac{49}{5}\times\frac{5}{-7}\times\frac{-3}{5}=\frac{21}{5}$ الجواب b ص116

7 $4.3\times 1.2\div(-0.4)=-12.9$ لا يوجد ص116

أستعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

8 $\frac{-2}{6}\times\frac{12}{-3}-\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}=\frac{4}{3}-\frac{5}{2}=\frac{8-15}{6}=\frac{-7}{6}$ الجواب a ص116

9 $\frac{2}{11}\div\frac{-20}{33}+\frac{7}{5}\div\frac{-28}{5}$ الجواب a ص116

$=\frac{2}{11}\times\frac{33}{-20}+\frac{7}{5}\times\frac{5}{-28}=\frac{-11}{20}$

10 $\frac{1}{9}\div\frac{5}{36}\times\frac{1}{-2}+\frac{7}{2}$ الجواب b ص116

$=\frac{1}{9}\times\frac{36}{5}\times\frac{1}{-2}+\frac{7}{2}=\frac{31}{10}$

الدرس الثاني/ القوى (الاسس) السالبة و الصورة العلمية للعدد.

أختر الأجابة الصحيحة لكل مما يأتي: أحسب الأسس السالبة لكل ممايأتي:

1 $4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$ الجواب(d) ص 117

2 $1^{-6}=1$ الجواب(c) ص 117

3 $-5^{-2}=\frac{-1}{5^2}=\frac{-1}{25}$ الجواب(b) ص 117

4 $-2^{(-3)}=\frac{1}{-2^3}=\frac{-1}{8}$ الجواب(a) ص 117

5 $-8^{(0)}=1$ الجواب(c) ص 117

أستعمل ترتيب العمليات لتحسب كل ممايأتي:

6 $\frac{1}{8}+4^{-2}-(-1^{5})-\frac{1}{4}=\frac{15}{16}$ الجواب(b) ص 117

8 $7^{-2}-(-1^{4})+1^{-7}-\frac{1}{7}=\frac{1}{7^2}-\frac{1}{-1^4}+1-\frac{1}{7}$

$=\frac{1}{49}-1+1-\frac{1}{7}=1-\frac{7}{49}=\frac{-6}{49}$ الجواب(a) ص 117

7 $-3^{(-3)}-(-9^{0})-1^{6}=\frac{1}{-3^3}-1-1$

$=\frac{-1}{27}-2=\frac{-1-54}{27}=\frac{-55}{27}$ الجواب(d) ص 117

أكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

9 $3.4\times10^{5}=340000$ الجواب d ص117

10 $7.05\times10^{4}=70500$ الجواب b ص117

11 $2.51\times10^{-3}=0.00251$ الجوابa ص117

12 $89.2\times10^{-4}=0.00892$ الجواب c ص117

أكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

13 $52100=5.21\times10^{4}$ الجواب b ص117

14 $9100000=9.1\times10^{6}$ الجواب c ص117

15 $0.0035=3.5\times10^{-3}$ الجواب d ص117

16 $0.000062=6.2\times10^{-5}$ الجواب d ص117

الدرس الثالث/ خصائص القوى (الاسس)

أختر الإجابة الصحيحة لكل ممايأتي: اضرب واكتب ناتج الضرب كخطوة واحدة:

1 $3^2\times3^{-4}\times3^{-1}=3^{2-4-1}=3^{-3}$ الجواب(b) ص118

2 $2^5\times4^{-3}\times8^{2}=2^5\times2^{-6}\times2^{6}=2^5$ الجواب(c) ص118

3 $-7^3 \times 7^{-3} \times 7^0 = -7^{-1}$ الجواب(d) ص118

4 $(-5)^2 \times 5^{-2} \times 25^3 = 5^2 \times 5^{-2} \times 5^6 = 5^6$ الجواب(a) ص118

5 $4^{-2} \times 16^{-2} \times (-32)^2 = 2^{-4} \times 2^{-8} \times 2^{10} = 2^{-2}$ الجواب(c) ص118

6 $(3^{-2})^{-4} \times 9^{-6} \times (-9)^0 = 3^8 \times 3^{-12} \times 1 = 3^{-4}$ الجواب(d) ص118

اقسم واكتب ناتج القسمة كقوة واحدة:

7 $\frac{8^3}{8^7} = 8^{-4} = (2^3)^{-4} = 2^{-12}$ الجواب(d) ص118

8 $\frac{(-27)^2}{(-9)^3} = \frac{(27)^2}{(-3^2)^3} = \frac{3^6}{-3^6} = -1$ الجواب(c) ص118

9 $\frac{(-32)^0}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8} = -2^{-3}$ الجواب(c) ص118

10 $\frac{(-12)^2}{(-18)^2} = \frac{(12)^2}{(18)^2} = \frac{(2^2 \times 3)^2}{(3^2 \times 2)^2} = \frac{2^4 \times 3^2}{3^4 \times 2^2} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$ الجواب (c)ص 117 ,

قد النظير الضربي للجذور التربيعية الاتية بالتقريب لأقرب عشر:

11 $\frac{-5^3 \times 4^3}{4^2 \times 5^6} = -5^{3-6} \times 4^{3-2} = 5^{-3} \times 4 = \frac{2^2}{5^3}$ الجواب(c) ص118

12 $\frac{7^6 \times 7^0 \times 9^{-2}}{(-7)^2 \times 3^2 \times (-1)^0} = \frac{7^6 \times 3^{-4}}{7^2 \times 3^2 \times 1} = 7^8 \times 3^{-6} = \frac{7^8}{3^6}$ الجواب(b) ص118

13 $\frac{28^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{(-14)^3 \times 2^{-3} \times (-1)^5} = \frac{(2^{2\times} 7)^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{(-2 \times 7)^3 \times 2^{-3} \times -1}$ الجواب(d) ص118

$= \frac{2^{-4\times} 7^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{-2^3 \times 7^3 \times 2^{-3} \times -1} = 2^{-4+4-3+3} \times 7^{-2-2-3} = 2^0 \times 7^{-7} = \frac{1}{7^7}$

الدرس الرابع/ الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد (باستعمال الحاسبة)

اختر الإجابة لكل مماياتي : استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع او الطرح على صورة كسر عشري:

1 $\frac{3}{8} + \frac{5}{9} = \frac{27+40}{72} = \frac{67}{72} = 0.930\overline{5}$ الجواب(b) ص119

2 $\frac{2}{9} + \frac{3}{5} = \frac{10+27}{45} = \frac{37}{45} = 0.8\overline{2}$ الجواب(a) ص119

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

3 $\frac{9}{8} \times \frac{36}{54} \div \frac{-6}{21} = \frac{9}{8} \times \frac{36}{54} \times \frac{-6}{21} = -\frac{21}{8} = -2.625$ لايوجد لايوجد

4 $\frac{11}{-5} \div \frac{44}{25} \times \frac{-17}{12} = \frac{11}{-5} \times \frac{25}{44} \times \frac{-17}{12} = 1.7708\overline{3}$ الجواب(c) ص119

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب و القسمة بالصورة العلمية:

5 $(4.2\times10^{5})(3.6\times10^{-4})=(4.2\times3.6)(10^{5}\times10^{-4})$
$=15.12\times10^{1}=1.512\times10^{2}$ ص119 الجواب(b)

6 $(6.13\times10^{-3})(5.2\times10^{-7})=(6.13\times5.2)(10^{-3}\times10^{-7})$
$=31.876\times10^{-10}=3.1876\times10^{-9}$ ص119 الجواب(a)

7 $(9.04\times10^{-2})(1.5\times10^{6})=(9.04\times1.5)(10^{-2}\times10^{6})$
$=13.56\times10^{4}=1.356\times10^{5}$ ص119 الجواب(d)

8 $(2.2\times10^{-4})(3.3\times10^{-8})$
$=(2.2\times3.3)(10^{-4}\times10^{-8})=7.26\times10^{-12}$ ص119 الجواب(b)

9 $\frac{6.25\times10^{-7}}{2.5\times10^{6}}=\frac{6.25}{2.5}\times10^{-7-6}=2.5\times10^{-13}$ ص119 الجواب (c)

10 $\frac{7.54\times10^{-4}}{1.3\times10^{-11}}=\frac{7.54}{1.3}\times10^{-4+11}=5.8\times10^{7}$ ص119 الجواب(d)

الدرس الخامس/ تبسيط الجمل العددية الكسرية:

أختر الأجابة الصحيحة لكل مما يأتي: بسط الجمل العددية الكسرية التالية و أكتب الناتج بأبسط صورة:

1 $\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{36}}{3}-\frac{-11}{\sqrt{9}}=\frac{3}{2}-\frac{6}{3}-\frac{-11}{3}=\frac{9-12+22}{6}=\frac{19}{6}$ ص120 الجواب(b)

2 $\frac{1}{3}\left(\left|\frac{-12}{5}\right|-\frac{\sqrt[3]{27}}{2}-\frac{1}{30}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{12}{5}-\frac{3}{2}-\frac{1}{30}\right)$
$=\frac{72+45-1}{30}=\frac{1}{3}\times\frac{116}{30}=\frac{116}{90}=\frac{58}{45}$ ص120 الجواب لا يوجد ضمن الأختيارات

3 $\frac{\sqrt[3]{-1}}{7}\times\frac{|35|}{10}+\frac{2}{7}\times\frac{21}{\sqrt[3]{8}}=\frac{1}{7}\times\frac{35}{10}-\frac{2}{7}\times\frac{21}{2}$
$=\frac{-5-30}{10}=\frac{-35}{10}=\frac{-7}{2}$ ص120 الجواب(a)

4 $\frac{4}{\sqrt{81}}\div\frac{|-20|}{10}-\frac{\sqrt[3]{-27}}{12}\div\frac{3}{8}$
$=\frac{4}{9}\times\frac{10}{20}-\frac{-3}{12}\times\frac{8}{-3}=\frac{-4}{9}$ ص120 الجواب لا يوجد ضمن الأختيارات

5 $\left|-1\frac{1}{7}\right|\times1\frac{1}{2}\div(1+\sqrt[3]{-8})=\frac{8}{7}\times\frac{2}{3}\div1-2$
$=\frac{8}{7}\times\frac{3}{2}\div(-1)=\frac{-12}{7}$ ص120 الجواب لا يوجد ضمن الأختيارات

6 $\frac{1}{2^{3}}\times2^{-5}\div(-1^{-4})-2^{-2}=2^{-3-5}\div\frac{1}{-1^{4}}-\frac{1}{2^{2}}$ ص120 الجواب لا يوجد ضمن الأختيارات

$= 2^{-8} \div 1 - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^8} - \frac{1}{2^2}$

$= \frac{1}{256} - \frac{1}{4} = \frac{1-64}{256} = \frac{-63}{256}$

7 $(-5^{-2}) - (-7^0) - \frac{\sqrt{9}}{3^2} \times \frac{12}{25} = \frac{-28}{25}$ ص120   الجواب لا يوجد ضمن الأختيارات

بسط الجمل العددية الكسرية التالية و أكتب الناتج بالصورة العلمية

8 $3.2\times10^4 + 0.22\times10^5$ ص120   الجواب(d)

$=3.2\times10^4+2.2\times10^4=(3.2+0.22)\times10^4$

$= 5.4\times10^4 = 0.54\times10^5$

9 $5.1\times10^{-4} + 0.95\times10^{-3} = 5.1\times10^{-4} + 9.5\times10^{-4}$ ص120   الجواب(a)

$= (5.1\times+9.5)10^{-4} = 14.6\times10^{-4}$

$= 1.46\times10^{-3}$

10 $(8.3\times10^{-6}) - (0.57\times10^{-3})$ ص120

$= (8.3\times10^{-6}) - (570\times10^{-6})$

$= (8.3 - 570)\times10^{-6}$

11 $(7.2\times10^5)(4.5\times10^{-8})$ ص120   الجواب(c)

$= 34.2\times10^{-3} = 3.42\times10^{-2}$

الفصل الثاني / الأعداد الحقيقية Real Numbers

الدرس الأول/ مفهوم الأعداد الحقيقية و تمثيلها على مستقيم الأعداد.

أختر الأجابة الصحيحة لكل مما يأتي: صنف العدد من حيث كونه عدد نسبيا او غير نسبي أو غير حقيقيا:

1 $\sqrt{13} \approx 3.6055$ الجواب(c)   ص121

2 $\sqrt{\frac{4}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ الجواب(d)   ص121

3 $\sqrt{\ 25}$ الجواب(b)   ص121

4 $\sqrt{\frac{49}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}}$ الجواب(a)   ص121

أكتب الجذور التربيعية التالية بأبسط صورة:

5 $\sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ الجواب(c) ص 121

6 $\sqrt{\frac{8}{27}}$ $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$ $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ الجواب(b) ص 121

7 $\sqrt{4\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{49}{12}} = \frac{7}{2\sqrt{3}}$ الجواب(c) ص 121

قدر الجذور التربيعية الآتية بالتقريب لأقرب عشرة:

8 $\sqrt{11} \approx 3.3$ الجواب(c) ص 121

9 $\sqrt{5} \approx 2.2$ الجواب(b) ص 121

10 $\sqrt{\frac{16}{13}} \approx \frac{4}{3.6}$ الجواب(b) ص 121

11 $\sqrt{7.6} \approx 2.8$ الجواب(d) ص 121

رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:

12 $-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$ — ص121 الجواب(a)

$-4.1, -4.20, -4.02 \Rightarrow -4.02, -\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}$

13 $\sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{2}$ $\quad \sqrt{7}, \sqrt{5}, \sqrt{2}$ — ص121 الجواب(b)

الدرس الثاني/ خصائص العداد الحقيقية (أختر الاجابة الصحيحة).

أكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

1 $a+(-a)=0 \quad \forall a, -a \in R$ — ص122 الجواب(b)

2 $a \times \frac{1}{a} = 1 \quad \forall a \in R, a \neq 0$ — ص122 الجواب(c)

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

3 $2\sqrt{5}-8 \Rightarrow -2\sqrt{5}+8$ النظير — ص122 الجواب(d)

4 $-\sqrt{1}-\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{1}+\sqrt{2}$ النظير — ص122 الجواب(a)

5 $\frac{2}{\sqrt{11}} - \frac{6}{\sqrt{11}} = \frac{-4}{\sqrt{11}} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{11}}$ النظير — ص122 الجواب(c)

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية:

6 $-\sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{-1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow -2\sqrt{3}$ — ص122 الجواب(c)

7 $\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{7-1}{\sqrt{7}} = \frac{6}{\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{\sqrt{7}}{6}$ — ص122 الجواب(b)

8 $-6\frac{2}{5} - 3\frac{3}{5} = \frac{-32}{5} - \frac{18}{5} = \frac{-50}{5} = -10 \Rightarrow \frac{-1}{10}$ — ص122 الجواب(d)

قدر النظير الظربي للجذور التربيعية الآتية بالتقريب لأقرب عشر:

9 $\sqrt{\frac{1}{7}} \approx \frac{1}{2.6} \Rightarrow 2.6$ — ص122 الجواب(b)

10 $-\sqrt{\frac{11}{25}} \approx -\frac{3.3}{5} \Rightarrow -\frac{5}{3.3}$ — ص122 الجواب(c)

الدرس الثالث/ تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية: (أختر الاجابة الصحيحة)

بسط الجمل العددية الاتية بأستعمال خصائص الأعداد الحقيقية:

1 $\sqrt{3}(\sqrt{12}-\sqrt{2}) = 6-\sqrt{6}$ — ص123 الجواب(d)

2 $7\sqrt{20} - 3\sqrt{45} = 5\sqrt{5}$ — ص123 الجواب(b)

3 $\sqrt{32}(2^3 - \sqrt{8}) = 32\sqrt{2} - 16$ الجواب(c) ص123

4 $\sqrt{5}(3 + \sqrt{10}) - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{5}$ الجواب(a) ص123

5 $\sqrt[3]{-27}(\sqrt{7} + 1^3) + 7\sqrt{7} = 4\sqrt{7} - 3$ الجواب(d) ص123

6 $\frac{1}{9}\sqrt{11} + \frac{1}{6}(\sqrt{33} - \frac{6}{4}\sqrt{11})$ لايوجد

7 $\frac{1-5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-15}{12}$ الجواب(a) ص123

بسط الجمل العددية الاتية باستعمال خاصية تنسيب المقام:

8 $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{28}}{\sqrt{7}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{7} - 7\sqrt{2}}{7}$ الجواب(a) ص 123

9 $\frac{\sqrt{98} - \sqrt{18}}{3\sqrt{24}} = \frac{7\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{6\sqrt{6}} = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ الجواب(b) ص 123

10 $\frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{48}} \div \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{49}} = \frac{7}{2}$ الجواب(c) ص 123

11 $\frac{20\sqrt{1}}{\sqrt[3]{-54}} \times \frac{\sqrt[3]{-40}}{\sqrt{20}}$ الجواب(a) ص 123

الدرس الرابع: تطبيقات على نظرية فيثاغورس (اختر الإجابة الصحيحة)

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للاعداد الاتية:

1 $\sqrt{49} = \pm 7$ الجواب(b) ص 124

2 $\sqrt{225} = \pm 15$ الجواب(c) ص 124

3 $\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$ الجواب(b) ص 124

4 $\sqrt{\frac{36}{24}} = \pm\frac{6}{8} = \pm\frac{3}{4}$ الجواب(d) ص 124

5 $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \pm\frac{4}{3} = \pm 1\frac{1}{3}$ الجواب(b) ص 124

6 $\sqrt{\frac{25}{12}} = \pm\frac{5}{2\sqrt{3}}$ الجواب(d) ص 124

7 $\sqrt{6.25} = \pm 2.5$ الجواب(a) ص 124

8 $\sqrt{22.09} = \pm 4.7$ الجواب(d) ص 124

جد طول الضلع القائم اذا علمت طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مماياتي:

9 3cm, 5cm ? ➔ $25 = 9 + x^2 \Rightarrow \sqrt{16} = 4$ الجواب(b) ص124

10 4cm, $\sqrt{65}$cm ? $65 = 16 + x^2 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = \sqrt{49} = 7$ الجواب(d) ص124

جد مجموع عددين مجموع مربعهما هو العدد:

11 50 ➔ $50 = 49 + 1 \Rightarrow 7,1$ الجواب(c) ص124

12 $41 \rightarrow 41 = 25 + 16 \Rightarrow 5,4$ الجواب(a) ص124

13 $89 \rightarrow 89 = 64 + 25 \Rightarrow 8,5$ الجواب(d) ص124

14 $74 \rightarrow 74 = 25 + 49 \Rightarrow 5,7$ الجواب(b) ص124

الدرس الخامس/ المستوي الاحداثي (اختر الإجابة الصحيحة)

عند تمثيل جدول قيم الدالة التالي في المستوي الاحداثي فأن الشكل الهندسي الذي يمثله:

1 جدول القيم الشكل مربع الجواب(c) ص125

2 جدول القيم شبه منحرف الجواب(d) ص125

3 جدول القيم متوازي اضلاع الجواب(b) ص125

4 جدول القيم شبه منحرف الجواب(d) ص125

5 جدول القيم قطعة مستقيم الجواب(c) ص125

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين الاتيين في المستوي الاحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لاقرب عشر اذا كانت لاتمثل عددا صحيحا:

6 $\{(6,0),(6,3)\} \Rightarrow 3$ المسافة لايوجد

7 $\{(-4,0),(0,5)\} \Rightarrow 6.4$ المسافة الجواب(d) ص125

8 $\{(2,-4),(4,0)\} \Rightarrow 4.5$ المسافة الجواب(a) ص125

9 $\{(3,3),(-3,-3)\} \Rightarrow 8.5$ المسافة الجواب(c) ص125

10 $\{(-1,3),(-3,-5)\} \Rightarrow 8.2$ المسافة الجواب(a) ص125

11 $\{(0,0),(6,-5)\} \Rightarrow 7.8$ المسافة الجواب(c) ص125

المسافات جميعها تقريبية

الفصل الثالث / الحدوديات Polynomials

الدرس الأول/ جمع المقادير الجبرية و طرحها. أختر الاجابة الصحيحة

حل المقادير الجبرية التالية بأستعمال الجمع:

1 $(3x^2 + 4x + 5) + (5x^2 + x + 6) = 8x^2 + 5x + 11$ الجواب(c) ص126

2 $(\sqrt{5}y^2x^2 + 6) + (3\sqrt{5}y^2x^2 + 9y + 4)$ الجواب(b) ص126

$= 4\sqrt{5}y^2x^2 + 9y + 10$

3 $(|-2|z^2w + 4k + \sqrt{7}) + (|10|z^2w - 10k + 2\sqrt{7})$ الجواب(c) ص126

$= 12z^2w - 6k + 3\sqrt{7}$

4 $(\frac{3}{4}h^3k+5gh-3)+(\frac{2}{5}h^3k-10gh+4)$ ص126 الجواب(d)

$=\frac{23}{20}h^3k-5gh+1$

حل المقادير الجبرية التالية بأستعمال الطرح:

5 $(4m^2n^2-5)-(3m^2n^2+x+3)=m^2n^2-x-8$ ص126 الجواب(d)

6 $(\sqrt{13}g^3h^4+z^2+20)-(5\sqrt{13}g^3h^4-4z^2+12)$ ص126 الجواب(d)

$=-4\sqrt{13}g^3h^4+5z^2+18$

7 $(|-24|yz+2x^2+12)-(6yz-15x^2-4)$ ص126 الجواب(c)

$=18yz+17x^2+16$

8 $(\frac{6}{3}x^2+7mn-8)-(\frac{2}{3}x^2-10mn-2)$ ص126 الجواب(d)

$=\frac{4}{3}x^2+17mn-6$

الدرس الثاني/ ضرب حد جبري في مقدار جبري (أختر الجابة الصحيحة)

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

1 $(5m^2n^2)(12m^5n)=60m^7n^3$ ص127 الجواب(c)

2 $(-25x^2y^2z)(4xy)=-100x^3y^3z$ ص127 الجواب(a)

3 $(\frac{7}{2}z^2w^2)(\frac{3}{9}zw^3)=\frac{7}{6}z^3w^5$ ص127 الجواب(c)

4 $(\sqrt{5}h^2k^2)(\sqrt{5}h^2k^3)=5h^4k^5$ ص127 الجواب(c)

5 $(|-3|g^3h)(|4|g^4h^2)=12g^7h^3$ ص127 الجواب(c)

6 $5x^2y(4x^3+3x+4)=20x^5y+15x^3y+20x^2y$ ص127 الجواب(a)

7 $\frac{1}{2}m^2n^2(4mn+8)=2m^3n^3+4m^2n^2$ ص127 الجواب(d)

8 $6y^2(3y^2-5x+3)=18y^4-30y^2x+18y^2$ ص127 الجواب(a)

9 $(-12g^2h^2)(-g^3h^2-4gh-8)$ ص127 الجواب(c)

$=12g^5h^4+48g^3h^3+96g^2h^2$

الدرس الثالث/ ضرب المقادير الجبرية (أختر الأجابة الصحيحة)

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

1 $(x-5)(x+5)=x^2-25$ ص128 الجواب(b)

2 $(\frac{1}{3}m^2-9)(\frac{1}{3}m^2+6)=\frac{1}{9}m^4-m^2-63$ ص128 الجواب(d)

3 $(\sqrt[3]{8}n^2+10)(\sqrt[3]{27}n^2-5)=6n^4+20n^2-50$ ص128 الجواب(c)

4 $(z-\sqrt{5})(z+\sqrt{5}) = z^2 - 5$ ص128 الجواب(a)

5 $(|-4|gh-3)(|4|gh+3) = 16g^2h^2 - 9$ ص128 الجواب(d)

6 $(-2x^2+7)(x^2+x-4)$ ص128 الجواب(b)
$= -2x^4 - 2x^3 + 15x^2 + 7x - 28$

7 $(\frac{1}{2}x-3)(\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+9) = \frac{1}{8}x^3 - 27$ ص128 الجواب(d)

8 $(w^2+\sqrt{3})(2w^2-w-\sqrt{3})$ ص128 الجواب(c)
$= 2w^4 - w^3 + \sqrt{3}w^2 - \sqrt{3}w - 3$

9 $(3k+\sqrt[3]{5})(9k^2-3\sqrt[3]{5}k+\sqrt[3]{25}) = 27k^3 + 5$ ص128 الجواب(b)

10 $(2y-1)(4y^2+2y+1) = 8y^3 - 1$ ص128 الجواب(a)

الدرس الرابع/ قسمة مقدار جبري على حد جبري (أختر الاجابة الصحيحة)

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي:

1 $\frac{24x}{12x^3} = 2x^2$ الجواب(d) ص 129

2 $\frac{36z^2w^2}{9zw} = 4zw$ الجواب(c) ص 129

3 $\frac{81g^3h^3}{3g^{-6}h^{-6}} = 27g^9h^9$ الجواب(b) ص 129

4 $\frac{\sqrt[3]{27m^5n^2}}{\sqrt[3]{8m^{-5}n^{-5}}} = \frac{3}{2}m^{10}n^{10}$ الجواب(c) ص 129

5 $\frac{\sqrt{49x^{-2}y^2}}{7x^{-3}y^{-2}} = xy^4$ الجواب(a) ص 129

6 $\frac{28X^2y^2Z^2}{\frac{1}{4}X^3} = \frac{112y^2Z^2}{X}$ الجواب(d) ص 129

7 $\frac{48g^{-4}h^{-3}+12g^2h^2}{12g^4h^3} = 4g^{-8}h^{-6} + g^{-2}h^{-1}$ ص129 الجواب(d)

8 $\frac{5x^2y^2-15x^4y^2+20x^5y^3}{5x^3y^3} = \frac{1}{x} - 3xy^{-1} + 4x^2$ ص129 الجواب(b)

9 $\frac{72z^5w^3+36z^6w^2+18z^2w^2}{9z^4w^4}$ ص129 الجواب(c)
$= 8zw^{-1} + 4z^2w^{-2} + 2z^{-2}w^{-2}$

10 $\frac{16m^6n^6-32m^7n^6-4m^4n^4}{4m^3n^3} = 4m^3n^3 - 8m^4n^3 - mn$ ص129 الجواب(d)

الدرس الخامس/ تحليل المقادير الجبرية (أختر الاجابة الصحيحة لكل مماياتي).

حلل المقدار الجبري الآتي:

1 $81xy + 72x = 9x(9y+8)$ ص130 الجواب(a)

2 $7z^3 - z^2 = z^2(7z-1) = 7z^2(z-\frac{1}{7})$ ص130 الجواب(c)

3 $49g^2h^2 + 21gh = 7gh(7gh+3)$ ص130 الجواب(a)

4 $11m^3n^2 - 44m2n^2 - 21mn$ الجواب(c) ص130

$= 11mn(m^2n - 4mn - 11)$

5 $150r^3v^2 + 25rv + 75r^2v^2 = 25rv(6r^2v + 1 + 3rv)$ الجواب(a) ص130

$= 25rv(6r^2v + 1 + 3rv)$

6 $m^2 - n^2 = (m - n)(m + n)$ الجواب(a) ص130

7 $4z^2 - 9w^2 = (2z - 3w)(2z + 3w)$ الجواب(b) ص130

8 $36r^2 - 25v^2 = (6r - 5v)(6r + 5v)$ الجواب(b) ص130

9 $81g^2h^2 - 64 = (9gh - 8)(9gh + 8)$ الجواب(a) ص130

10 $50x^2 - 2 = 2(25x^2 - 1) = 2(5x - 1)(5x + 1)$ الجواب(c) ص130

الفصل الرابع / المعادلات والمتباينات Inequalities & Equations

الدرس الأول/ حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R .

حل المعادلات التالية بأستعمال الجمع و الطرح:

1 $5x + 20 = 4x - 10 \Rightarrow x = -30$ الجواب(d) ص131

2 $y + 9 = 2y - 9$ الجواب(b) ص131

3 $|-12|z = \sqrt[3]{-8} + 13z \Rightarrow z = 2$ الجواب(a) ص131

4 $4n + 3\sqrt{2} = 3n - 7\sqrt{2} \Rightarrow n = -10\sqrt{2}$ الجواب(b) ص131

5 $8t - 36 = 7t - 36 \Rightarrow t = 0$ الجواب(d) ص131

6 $\sqrt{64} - f = 16 - 2f \Rightarrow f = 8$ الجواب(b) ص131

7 $\sqrt[3]{27} + 1 = |-11| + 2x \Rightarrow x = 10$ الجواب(c) ص131

حل المعادلات التالية بأستعمال الضرب و القسمة:

8 $3z \div 7 = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{7}{9}$ الجواب(b) ص131

9 $\sqrt[3]{27}x \div |-5| = 8 \Rightarrow x = \frac{40}{3}$ الجواب(c) ص131

10 $t - 6 = 6 - 4t \Rightarrow t = \frac{12}{5}$ الجواب(d) ص131

11 $\sqrt{5}y \div 8 = \sqrt{5} \div (-5) \Rightarrow y = \frac{-8}{5}$ الجواب(c) ص131

12 $\frac{\sqrt{7}n}{4} = -\frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow n = -1$ الجواب(d) ص131

13 $5(k - 1) = \sqrt[3]{-125} \Rightarrow k = 0$ الجواب(a) ص131

14 $|-6|h = 81 \div (-3) \Rightarrow h = \frac{-9}{2}$ الجواب(b) ص131

الدرس الثاني/ حل معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R .

حل المعادلات التالية بأستعمال خواص الأعداد الحقيقية: (أختر الأجابة الصحيحة)

1. $|-8|+x=12-2x \Rightarrow x=\frac{4}{3}$ الجواب(c) ص132
2. $\frac{1}{6}(y+3^2)=\frac{1}{2}(y+4) \Rightarrow y=-\frac{15}{2}$ الجواب(b) ص132
3. $\sqrt{3}(z-1)=7\sqrt{3} \Rightarrow z=8$ الجواب(d) ص132
4. $\sqrt{64}h=2(h-10)+6 \Rightarrow h=\frac{-17}{3}$ الجواب(a) ص132
5. $8(n-7)=5(n-9) \Rightarrow n=\frac{11}{3}$ الجواب(b) ص132
6. $\sqrt[3]{-125}x \div |-5| = 2\sqrt{7} \div 7 \Rightarrow x=\frac{-2}{7}$ الجواب(a) ص132
7. $\frac{6y}{2+\sqrt[3]{-27}}=\frac{y}{3} \Rightarrow y=0$ الجواب(b) ص132

حل المعادلات التالية:

8. $|z-12|=7 \Rightarrow s=\{19,5\}$ الجواب(d) ص132
9. $|3y-20|=\sqrt{36} \Rightarrow s=\left\{\frac{26}{3},\frac{14}{3}\right\}$ الجواب(d) ص132
10. $|8t-15|=-15 \Rightarrow s=\varnothing$ الجواب(b) ص132
11. $\left|\frac{1}{5}k+12\right|=\sqrt[3]{125} \Rightarrow s=\{-45,-75\}$ الجواب(b) ص132
12. $|x-3|=5$ معادلة القيمة المطلقة الجواب(d) ص132

الدرس الثالث/ حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .

حل المعادلات التالية بأستعمال الجذر التربيعي: (أختر الأجابة الصحيحة)

1. $9y^2=1 \Rightarrow y^2=\frac{1}{9} \Rightarrow y=\mp\frac{1}{3}$ الجواب(a) ص133
2. $21x^2=3 \Rightarrow x^2=\frac{2}{21} \Rightarrow x=\mp\frac{1}{\sqrt{14}}$ الجواب(c) ص133
3. $\frac{1}{3}t^2=12 \Rightarrow t^2=36 \Rightarrow t=\mp6$ الجواب(d) ص133
4. $8+h^2=32 \Rightarrow h^2=24$ الجواب(b) ص133
5. $n^2-\frac{2}{8}=\frac{3}{8} \Rightarrow n^2=\frac{5}{8} \Rightarrow n=\mp\sqrt{\frac{5}{8}}$ الجواب(c) ص133
6. $(x-3)(x+1)=0 \Rightarrow x=3$ أو $x=1$ الجواب(d) ص133

7 $(5t-7)(t+9)=0 \Rightarrow t=\frac{7}{4}$ أو $t=-9$ — الجواب(c) ص133

8 $x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0$ — الجواب(d) ص133
$\Rightarrow x=0$ أو $x=1$

9 $6z^2-36z=0$
$6z(z-6)=0 \Rightarrow 6z=0$ أو $z=6$ — الجواب(a) ص133

10 $\sqrt{12}v^2-2v=0 \Rightarrow 2\sqrt{3}v^2-2v=0$ — الجواب(c) ص133
$\Rightarrow 2v(\sqrt{3}v-1)=0 \Rightarrow v=0$ أو $t=\frac{1}{3}$

11 $\frac{1}{5}r-\frac{1}{\sqrt{5}}r^2=\frac{1}{5}r(\frac{1}{\sqrt{5}}-r)=0$ — الجواب(d) ص133
$\Rightarrow r=0$ أو $r=\frac{1}{5}$

12 $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{2})=0 \Rightarrow x=-\sqrt{3}$ أو $x=\sqrt{2}$ — الجواب(b) ص133

الدرس الرابع/ حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R .

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الجمع و الطرح: (أختر الأجابة الصحيحة)

1 $4(x-\sqrt{3})>3x+\sqrt{3} \Rightarrow \{x : x<5\sqrt{3}\}$ — الجواب(a) ص134

2 $3y-\sqrt[3]{8}\geq 4y+\sqrt{-27} \Rightarrow y\leq 1$ — الجواب(d) ص134

3 $4(\frac{1}{4}z+\frac{5}{14})<0 \Rightarrow z<-\frac{1}{7}$ — الجواب(a) ص134

4 $11(v-1)>10(v-2) \Rightarrow \{v : v\in R, v>-9\}$ — الجواب(b) ص134

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص الضرب و القسمة: (أختر الأجابة الصحيحة)

5 $\frac{4h}{6}\geq\frac{-8}{21} \Rightarrow h\geq\frac{-4}{7}$ — الجواب(c) ص134

6 $\frac{\sqrt{3}x}{5}<\frac{-6}{7} \Rightarrow x<\frac{-10\sqrt{3}}{7}$ — الجواب(d) ص134

7 $\frac{1}{\sqrt{2}}\leq\frac{\sqrt{2}m}{9} \Rightarrow m\geq\frac{9}{2}$ — الجواب(b) ص134

حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية: (أختر الأجابة الصحيحة)

8 $5y+\sqrt[3]{-27}>3y-\sqrt[3]{8} \Rightarrow y>\frac{1}{2}$ — الجواب(d) ص134

9 $4(\frac{1}{7}-\frac{3}{12}z)\leq 0 \Rightarrow z\geq\frac{4}{7}$ — الجواب(c) ص134

10 $\frac{3k}{2}-\frac{1}{3}\geq\frac{2}{3}-1 \Rightarrow k\geq 0$ — ص134 الجواب(b)

11 $\frac{1}{5}(11x+20)<2 \Rightarrow x<-\frac{10}{11}$ — ص134 الجواب(c)

الدرس الخامس/ حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R .

(أختر الأجابة الصحيحة) حل المتباينات التالية في R بأستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

1 $5(y+1)\geq 8-\sqrt[3]{-125} \Rightarrow y\geq\frac{8}{5}$ — ص135 الجواب(d)

2 $\frac{1}{2}(x-\frac{4}{3})+\frac{1}{6}x<\frac{-2}{3} \Rightarrow x<0$ — ص135 الجواب(c)

3 $\frac{z}{6}\leq 4(\frac{1}{\sqrt{9}}-\frac{1}{3}z) \Rightarrow z\leq\frac{8}{9}$ — ص135 الجواب(d)

4 $2(v-4\sqrt{5})>5(v-\sqrt{5}) \Rightarrow v<-\sqrt{5}$ — ص135 الجواب(a)

5 $\frac{3}{2}n-\sqrt[3]{-8}-\frac{1}{4}n\leq|-5| \Rightarrow n\leq\frac{12}{5}$ — ص135 الجواب(b)

6 $12h-\sqrt[3]{125}>6(h+1) \Rightarrow h>\frac{11}{6}$ — ص135 الجواب(c)

7 $\frac{-7}{8}(\frac{8}{14}x+\frac{1}{\sqrt{7}})\geq 0 \Rightarrow x\leq-\frac{\sqrt{7}}{4}$ — ص135 الجواب(d)

8 $11(2-y)<4(5+y) \Rightarrow y>\frac{2}{15}$ — ص135 الجواب(d)

9 $\frac{1}{5}(z-\sqrt{3})\geq\frac{1}{5}(\sqrt{3}-z) \Rightarrow z\geq\sqrt{3}$ — ص135 الجواب(a)

10 $\frac{t}{2}-\frac{1}{7}<\frac{t}{14}+\frac{5}{14} \Rightarrow t<\frac{7}{6}$ — ص135 الجواب(b)

11 $\frac{12}{\sqrt[3]{-27}}-2r>\frac{1}{3}-r \Rightarrow r<-\frac{13}{3}$ — ص135 الجواب(b)

12 $\frac{1}{12}(m+9)\geq\frac{1}{2}(\sqrt{6}-m) \Rightarrow m\geq\frac{6\sqrt{6}-9}{7}$ — ص135 الجواب(d)

الحمد لله و من الله التوفيق
أعددت هذه الملزمة لرياضيات الثاني متوسط الجزء الأول
من سلسلة الرياضيات للدراسة المتوسطة.
و أتمنى من الله عز و جل أن أكون قد و فقت
و أعتذر أن وقعت في خطأ غير متعتد.